

基于三条相互垂直直线的单目位姿估计*

刘 昶^{1,2,3,4} 朱 枫^{1,4} 欧锦军^{1,4}

¹(中国科学院 沈阳自动化研究所 沈阳 110016)

²(沈阳理工大学 信息科学与工程学院 沈阳 110159)

³(中国科学院大学 北京 100039)

⁴(中国科学院 光电信息处理重点实验室 沈阳 110016)

摘 要 基于单目视觉的位姿估计是计算机视觉中的典型问题之一. 文中利用目标物体上的三条相互垂直的直线特征和相机像平面上这些特征的对应获得已标定相机相对于目标物体的位姿参数, 给出其闭式求解方法, 并证明问题解的数量与相机光心和三条直线的相对位置有关. 当光心位于两个特殊平面以外时存在唯一解, 反之若在该两个平面之间则存在两个解, 并且这两个解具有对称性, 该性质可作为合理解判别依据. 由于三条相互垂直的直线是长方体的三条边缘, 而长方体在现实世界中广泛存在, 该结论为应用直线特征进行单目视觉位姿估计及合作目标设计提供理论依据.

关键词 单目视觉, 位姿估计, 三线透视问题(P3L), 线特征
中图法分类号 TP 391

Monocular Pose Determination from Three Perpendicular Lines

LIU Chang^{1,2,3,4}, ZHU Feng^{1,4}, OU Jin-Jun^{1,4}

¹(Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016)

²(School of Information Science and Engineering, Shenyang Ligong University, Shenyang 110159)

³(University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039)

⁴(Key Laboratory of Opto-Electronic Information Processing, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016)

ABSTRACT

Monocular vision based pose determination is one of the typical problems in computer vision. If an object has three lines which are perpendicular to each other and intersect at two points, the pose parameters between a calibrated camera and the object can be calculated using 2D-3D correspondences of these three lines. A method is presented to find out the closed-form solutions of the problem. It is proved that the pose solution number depends on the location of camera's optical center from the three lines. If the optical center locates between two planes, the problem has two symmetry solutions. Otherwise, it has a unique solution. The symmetry property of the solutions can be used to distinguish the real one from two

* 国家自然科学基金资助项目(No. 60705011)

收稿日期: 2011-08-31; 修回日期: 2011-11-16

作者简介: 刘昶,男,1971年生,博士,副教授,主要研究方向为计算机视觉. E-mail: syliuch@sia.cn. 朱枫,男,1962年生,研究员,博士生导师,主要研究方向为计算机视觉、图像处理、智能系统、人机交互. 欧锦军,男,1975年生,硕士,副研究员,主要研究方向为计算机视觉、智能系统.

possible solutions. Three perpendicular lines are three edge lines of a cuboid and the cuboids exist widely in real world. Therefore, the above results are useful to design or select cooperative targets in real applications using line features.

Key Words Monocular Vision, Pose Determination, Perspective-Three-Line (P3L), Line Feature

1 引言

基于单目视觉的位姿测量方法一般需要利用物体模型上的已知结构特征. 常用的特征包括点、直线、平面、二次曲线等, 其中研究最多的是应用点特征进行位姿解算. 1981 年文献 [1] 提出著名的 PnP (Perspective-n-Point) 问题, 即只利用一幅图像, 通过 n 个控制点及其在图像上的对应关系进行位姿视觉解算, 该问题得到广泛关注和研究, 并获得大量应用.

直线是另一种在现实世界中广泛存在的特征, 在以往的研究中, 直线特征经常被用于相机标定和三维重建等领域^[2-3], 但一般需要利用多条直线或多幅图像. 利用直线特征进行位姿测量也具有实际意义^[4]. 与 PnP 问题类似, 若利用一幅图像, 通过三维空间中的 n 条直线和它们在二维的像平面上像的对应进行位姿参数的视觉解算, 一般称为 PnL (Perspective-n-Line) 问题. 针对 PnL 问题也进行大量的理论研究, 文献 [5] 研究一般情况的 P3L 问题, 得到问题的 8 个解, 再通过其他条件对解的可能性进行进一步判断. 文献 [6] 发现一般情况下已知 8 条直线对应时存在线性解法, 若只已知 3 条直线对应存在非线性解法, 同时提出一种迭代算法. 文献 [7] 对文献 [5] 的方法进行改进, 并进一步说明当 3 条直线具有平行或垂直等条件约束时存在闭式解.

由于闭式解法具有计算速度快、实时性好的特点, 因此更容易接受并应用于实际系统中. 但多数情况下基于直线的位姿估计闭式解法都存在多解问题, 多解问题限制直线特征的实际应用, 因此研究并寻找基于直线特征的位姿参数视觉解算问题的唯一解条件成为重要的研究课题, 并具备重要的理论意义和实际应用价值. 文献 [8] 研究一种基于 corner 特征的位姿解算方法, corner 可看作是 3 条直线相交于一点的情况, 是 P3L 问题的一种特例, 由直角 corner 特征及对应可获得旋转参数的唯一解, 若再已知另外一个点对应关系, 可获得位置参数. 文献 [9] 研究利用 3 条平行直线进行位姿解算的问题, 得到两个解. 文献 [10] 研究基于平行四边形的位姿解算方法, 获得唯一解. 文献 [11] 也研究利用平行

四边形进行定位的方法, 指出若未知边长只能获得旋转参数, 若已知平行四边形的任一组边长可获得平移参数唯一解. 文献 [12] 给出以平行四边形面积作为输入条件的定位算法, 也得到唯一解. 文献 [13] 利用相交于两点的 3 条直线进行位姿解算, 得到 4 个解, 并针对这种情况提出一种迭代算法^[14]. 文献 [15] 研究当 3 条直线呈门形摆放时, 只要相机光心不在某一特殊平面上, 问题存在唯一解.

本文针对 3 条直线交于两点并且相互垂直时的 P3L 问题进行理论研究, 该直线特征组合是长方体的不共面 3 条邻边所具有的特征, 在现实世界中广泛存在. 在已知两交点间距离及相机内参数的条件下, 得到问题的闭式解, 其解的数量最多为两个. 并证明这两个解具有对称性, 当相机光心位于某个特殊区域范围内时问题存在唯一解. 本文方法和结论为实际应用中采用直线特征进行位姿定位、合作目标设计等提供理论依据.

2 相机模型及问题描述

本文采用的相机模型为针孔模型, 若不考虑畸变, 相机的内参数主要有两个方向的焦比、主点坐标 4 个. 设相机坐标系定义如下: 原点为相机的光心, X 轴和 Y 轴分别与图像的 X 轴和 Y 轴平行, Z 轴为相机的光轴, 它与像平面垂直. 设某空间点在物体坐标系下的坐标为 (x_w, y_w, z_w) , 其在相机坐标系下的坐标为 (x_c, y_c, z_c) , 则两坐标满足以下变换关系:

$$\begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{pmatrix} = \mathbf{R} \begin{pmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{pmatrix} + \mathbf{T}, \quad (1)$$

该变换关系可由 \mathbf{R} 和 \mathbf{T} 唯一确定, 这里 \mathbf{R} 为旋转矩阵, $\mathbf{T} = (T_x, T_y, T_z)^T$ 为平移向量.

3 条直线交于两点且相互垂直时的 P3L 问题如图 1 所示, 该问题可描述如下. 已知

1) 空间 3 条直线 L_1, L_2, L_3 两两垂直 (在参考目标上 L_1, L_3 表现为两条射线, L_2 表现为一线段), 即 $L_1 \perp L_2, L_2 \perp L_3, L_1 \perp L_3$. L_2 与 L_1 交于 P_1 , L_2 与 L_3 交于 P_2 . L_1, L_2, L_3 3 条直线的像分别为 l_1, l_2, l_3 , 交点 P_1 和 P_2 的像分别为 q_1 和 q_2 , 在相机像相平面上 l_1, l_3 为

两条射线 l_2 为线段;

2) P_1 和 P_2 间的距离: $|P_1P_2| = d, d > 0$;

3) 在相机坐标系下 l_1, l_2, l_3 在像平面上的直线方程已知. 只研究非退化的情况, 即 3 条直线所成的像仍为 3 条直线, 均没有退化点或重合的情况;

4) 假设 L_1, L_2, L_3 3 条直线相对于物体坐标系的位置已知, 不妨设物体坐标系的原点为 P_1 , 物体坐标系 X 轴方向为射线 L_1 的方向, Y 轴方向为 L_2 上 P_1 到 P_2 的方向, Z 轴方向按右手系由 X 方向和 Y 方向叉乘得到. 不失一般性, 可假定射线 L_3 与 Z 轴方向的方向相同, 记 \vec{V} 表示射线 (或向量) V 的方向向量, 则 $\vec{L}_1, \vec{L}_2, \vec{L}_3$ 3 个方向满足 $\vec{L}_3 = \vec{L}_1 \times \vec{L}_2$;

5) 已知相机的内参数, 包括两个方向的焦比和主点坐标.

求解相机坐标系相对于物体坐标系的坐标变换, 即式 (1) 中的旋转矩阵 R 和平移向量 T .

该问题等价于求 P_1, P_2 点在相机坐标系下的坐标和 $\vec{L}_1, \vec{L}_2, \vec{L}_3$ 三条有向直线在相机坐标系下的方向向量.

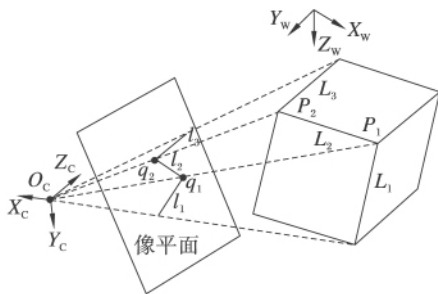


图 1 问题描述示意图

Fig. 1 Illustration for problem description

3 解的特性及闭式解法

3.1 问题的基本性质

如图 2 所示, 设相机光心 O_c 与 L_1, L_2, L_3 形成的平面分别为 π_1, π_2, π_3 , 过 P_1 垂直于 L_2 的平面为 π_4 , 过 P_2 垂直于 L_2 的平面为 π_5 , 设 L_1 与 L_2 形成的平面为 π_6 , 当相机光心 O_c 位于不同位置时, 该问题有如下基本性质.

性质 1 如图 2 所示, 当光心 O_c 位于 π_5 平面非 P_1 一侧时, $\angle O_c P_2 P_1$ 为钝角; 光心 O_c 位于 π_4 平面非 P_2 一侧时, $\angle O_c P_1 P_2$ 为钝角; 当光心 O_c 位于 π_4 和 π_5 平面之间时, $\angle O_c P_1 P_2$ 和 $\angle O_c P_2 P_1$ 均为锐角.

性质 2 O_c 位于 π_5 平面上是 $\pi_3 \perp \pi_2$ 的充要条件.

性质 3 O_c 位于 π_4 平面上是 $\pi_1 \perp \pi_2$ 的充要条件.

性质 4 平面 π_1 和平面 π_3 不平行.

性质 5 平面 π_1 和平面 π_3 不垂直.

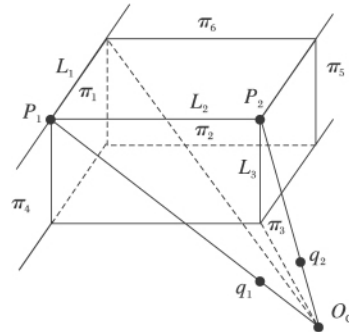


图 2 问题的基本性质图解

Fig. 2 Illustration for problem properties

3.2 问题解的特性

记 $N_i = (n_{i1} \ n_{i2} \ n_{i3})^T, i = 1 \ 2 \ 3$ 为平面 π_i 的法向量, 其方向定义如下:

$$\begin{cases} \vec{N}_1 = \vec{O_c q_1} \times \vec{l}_1 \\ \vec{N}_2 = \vec{O_c q_1} \times \vec{O_c q_2} \\ \vec{N}_3 = \vec{O_c q_2} \times \vec{l}_3 \end{cases}$$

由上式 \vec{N}_i 的方向可由已知条件计算得来, 因此 $(n_{i1} \ n_{i2} \ n_{i3})^T$ 也可作为已知条件. 若 L_1, L_2, L_3 是问题的解, 必有 $\vec{L}_i \perp \vec{N}_i, i = 1 \ 2 \ 3$.

另外, 射线 \vec{L}_1 必与 \vec{l}_1 同在平面 π_1 被直线 $O_c q_1$ 划分的半个平面内. 线段 L_2 的两个端点 P_1 必在射线 $\vec{O_c q_1}$ 上, P_2 必在射线 $\vec{O_c q_2}$ 上. 射线 \vec{L}_3 必与 \vec{l}_3 同在平面 π_3 被直线 $O_c q_2$ 划分的半个平面内. 当光心位于相对于目标直线的不同位置时, 问题将有不同数量的解, 对此有如下结论.

定理 1 当光心 O_c 位于 π_4 平面或 π_5 平面上时, 问题只有一个解. 证明见附录 1.

定理 2 当光心 O_c 不在 π_4 和 π_5 平面上时, 问题最多有两个解.

为方便定理 2 的证明, 下面先给出关于反对称矩阵的一个性质引理.

引理 1 对于任意两个三维向量

$$\mathbf{u} = (u_1 \ u_2 \ u_3)^T, \mathbf{v} = (v_1 \ v_2 \ v_3)^T,$$

记 $[\mathbf{u}]_\times$ 和 $[\mathbf{v}]_\times$ 分别表示它们各自确定的反对称矩

阵 I 为三维单位矩阵, 有

$$[u]_x^T [v]_x = u^T v I - v u^T.$$

下面给出定理 2 证明.

证明 首先给出问题的闭式解法. 记 f 为相机的焦距, 在相机坐标系下, 记 q_1, q_2 在相机坐标系下的坐标分别是 $Q_1(x_1, y_1, f)$ 和 $Q_2(x_2, y_2, f)$, 其值可由相机内参数和 q_1, q_2 像点坐标计算得到, 则光心到两个交点的方向向量

$\overrightarrow{O_c q_1} = \overrightarrow{Q_1} = (x_1, y_1, f)^T$, $\overrightarrow{O_c q_2} = \overrightarrow{Q_2} = (x_2, y_2, f)^T$. 记 P_1 和 P_2 的坐标分别为 $(k_1 x_1, k_1 y_1, k_1 f)$ 和 $(k_2 x_2, k_2 y_2, k_2 f)$, 其中 $k_i, i = 1, 2$ 为待定系数, k_i 的几何意义为交点 P_i 到相机光心的距离与 q_i 到相机光心的距离的比值, 则 L_2 的方向

$$\overrightarrow{L_2} = \overrightarrow{P_1 P_2} = \begin{pmatrix} k_2 x_2 - k_1 x_1 \\ k_2 y_2 - k_1 y_1 \\ k_2 f - k_1 f \end{pmatrix} = k_2 \overrightarrow{Q_2} - k_1 \overrightarrow{Q_1}.$$

当光心不在 π_4 平面上时, π_1 与 π_4 不重合, 由性质 3 有 N_1, L_2 不平行, 由于 $L_1 \perp L_2$ 且 $L_1 \perp N_1$, 有

$$\overrightarrow{L_1} = \pm (\overrightarrow{N_1} \times \overrightarrow{L_2}) = \pm [\overrightarrow{N_1} \times (k_2 \overrightarrow{Q_2} - k_1 \overrightarrow{Q_1})]. \quad (2)$$

类似上式的推导, 当光心不在 π_5 平面上时, π_3 与 π_5 不重合, 由性质 2 有 N_3, L_2 不平行, 由于 $L_3 \perp L_2$ 且 $L_3 \perp N_3$, 有

$$\overrightarrow{L_3} = \pm (\overrightarrow{N_3} \times \overrightarrow{L_2}) = \pm [\overrightarrow{N_3} \times (k_2 \overrightarrow{Q_2} - k_1 \overrightarrow{Q_1})],$$

又由 $L_1 \perp L_3$, 可得 $\overrightarrow{L_1}^T \overrightarrow{L_3} = 0$, 由式 (2) 和上式有

$$[\overrightarrow{N_1} \times (k_2 \overrightarrow{Q_2} - k_1 \overrightarrow{Q_1})]^T [\overrightarrow{N_3} \times (k_2 \overrightarrow{Q_2} - k_1 \overrightarrow{Q_1})] = 0. \quad (3)$$

整理式 (3) 后, 记

$$\begin{cases} a = (\overrightarrow{N_1} \times \overrightarrow{Q_2})^T (\overrightarrow{N_3} \times \overrightarrow{Q_2}) \\ b = - [(\overrightarrow{N_1} \times \overrightarrow{Q_1})^T (\overrightarrow{N_3} \times \overrightarrow{Q_2}) + (\overrightarrow{N_1} \times \overrightarrow{Q_2})^T (\overrightarrow{N_3} \times \overrightarrow{Q_1})] \\ c = (\overrightarrow{N_1} \times \overrightarrow{Q_1})^T (\overrightarrow{N_3} \times \overrightarrow{Q_1}) \end{cases}$$

式 (3) 可表达为

$$a k_2^2 + b k_1 k_2 + c k_1^2 = 0. \quad (4)$$

由于 $\overrightarrow{O_c q_2} \perp \overrightarrow{N_3}$, 得 $\overrightarrow{Q_2}^T \overrightarrow{N_3} = 0$, 再利用引理 1 整理 a 得

$$\begin{aligned} a &= (\overrightarrow{N_1} \times \overrightarrow{Q_2})^T (\overrightarrow{N_3} \times \overrightarrow{Q_2}) \\ &= ([\overrightarrow{N_1}]_x \overrightarrow{Q_2})^T ([\overrightarrow{N_3}]_x \overrightarrow{Q_2}) \\ &= \overrightarrow{Q_2}^T [\overrightarrow{N_1}]_x^T [\overrightarrow{N_3}]_x \overrightarrow{Q_2} \\ &= \overrightarrow{Q_2}^T (\overrightarrow{N_1} \overrightarrow{N_3}^T I - \overrightarrow{N_3} \overrightarrow{N_1}^T) \overrightarrow{Q_2} \\ &= \overrightarrow{Q_2}^T (\overrightarrow{N_1} \overrightarrow{N_3}^T) \overrightarrow{Q_2} - \overrightarrow{Q_2}^T (\overrightarrow{N_3} \overrightarrow{N_1}^T) \overrightarrow{Q_2} \\ &= (\overrightarrow{N_1}^T \overrightarrow{N_3}) \overrightarrow{Q_2}^T \overrightarrow{Q_2} - (\overrightarrow{Q_2}^T \overrightarrow{N_3}) \overrightarrow{N_1}^T \overrightarrow{Q_2} \\ &= (\overrightarrow{N_1}^T \overrightarrow{N_3}) (\overrightarrow{Q_2}^T \overrightarrow{Q_2}). \end{aligned} \quad (5)$$

由性质 5, π_1 与 π_3 不垂直, 则 $\overrightarrow{N_1}$ 与 $\overrightarrow{N_3}$ 不垂直, 有 $\overrightarrow{N_1}^T \overrightarrow{N_3} \neq 0$, 则 $a \neq 0$, 因此式 (4) 是关于 k_2 与 k_1 关系的一个二次方程, 解式 (4) 可得

$$k_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} k_1.$$

记

$$m_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, m_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

可得 k_2 与 k_1 关系的两个解:

$$\begin{cases} k_2^{(1)} = m_1 k_1^{(1)} \\ k_2^{(2)} = m_2 k_1^{(2)} \end{cases} \quad (6)$$

再由 $|P_1 P_2| = d$, 可得

$$\sqrt{(k_2 x_2 - k_1 x_1)^2 + (k_2 y_2 - k_1 y_1)^2 + f^2 (k_2 - k_1)^2} = d.$$

将式 (6) 代入上式, 得到 k_2 与 k_1 的两组解:

$$\begin{cases} k_1^{(1)} = \frac{d}{\sqrt{(m_1 x_2 - x_1)^2 + (m_1 y_2 - y_1)^2 + (m_1 - 1)^2 f^2}} \\ k_2^{(1)} = m_1 k_1^{(1)} \\ k_1^{(2)} = \frac{d}{\sqrt{(m_2 x_2 - x_1)^2 + (m_2 y_2 - y_1)^2 + (m_2 - 1)^2 f^2}} \\ k_2^{(2)} = m_2 k_1^{(2)} \end{cases} \quad (7)$$

由此可获得两组 P_1, P_2 在相机坐标系下的坐标值及 $\overrightarrow{L_2}$ 的方向.

再由式 (2) 可计算得到 $\overrightarrow{L_1}$ 的方向, 进一步通过判断该方向向量是否与 $\overrightarrow{L_1}$ 位于平面 π_1 的同一“半平面”, 可得 $\overrightarrow{L_1}$ 的准确方向; 同理可计算得到 $\overrightarrow{L_3}$ 的准确方向. 在获得 P_1 点在相机坐标系下的坐标后, 由于其为物体坐标系的原点, 由式 (1) 可得到平移向量

$$\mathbf{T} = (T_x, T_y, T_z)^T = (k_1 x_1, k_1 y_1, k_1 f)^T.$$

在获得 $\overrightarrow{L_1}, \overrightarrow{L_2}, \overrightarrow{L_3}$ 在相机坐标系下的方向向量后, 对其进行标准化, 仍记为 $\overrightarrow{L_1}, \overrightarrow{L_2}, \overrightarrow{L_3}$, 则旋转矩阵

$$\mathbf{R} = (\overrightarrow{L_1}, \overrightarrow{L_2}, \overrightarrow{L_3}).$$

由以上计算过程可见, 当光心不在 π_4 和 π_5 平面上时问题最多存在两组解. 证毕.

定理 2 的证明过程实际上也给出问题的闭式求解过程, 但所获得的两个解是否为真实解尚需进一步判定. 对这两组可能解的关系特性有下面结论.

推论 1 对于问题的两个待定系数 k_1 和 k_2 , 总有 $k_1 k_2$ 为常数. 证明见附录 2.

推论 2 如图 3 所示,若问题有两个不同解,设 L_2 与 $\overrightarrow{O_c q_1}, \overrightarrow{O_c q_2}$ 的交点分别是 P_1, P_2 , L'_2 与 $\overrightarrow{O_c q_1}, \overrightarrow{O_c q_2}$ 的交点分别是 P'_1, P'_2 , 则有

$$|O_c P_1| = |O_c P'_2|, |O_c P_2| = |O_c P'_1|, \quad (8)$$

具体证明见附录 3.

推论 3 设 π_7 为过 P_1, P_2 中点且垂直于 L_2 的平面,当光心 O_c 位于 π_7 上时,问题有唯一解.

以上结果表明问题的两组可能解具有一定的对称性,在实际应用中,该性质可作为正确解的判定依据.如图 3 所示,若两组解不重合且第一组解中某交点到光心的距离大于另一交点到光心的距离,那么在第二组解中,该交点到光心的距离必小于另一交点到光心的距离,若事先已知相机光心到 P_1, P_2 的距离远近关系,则两组解中仍然具有此种关系的解为真实解.

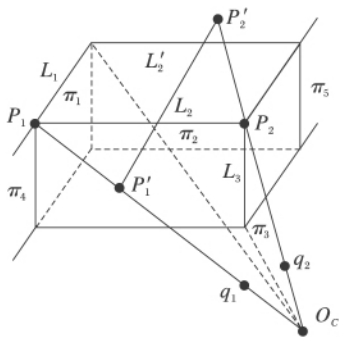


图 3 两组解的对称性示意图

Fig. 3 Illustration of two symmetry solutions

定理 2 所获得的两个解的求解过程,只是用到 3 条直线相互垂直的条件,但它们之间的方向关系 $\overrightarrow{L_3} = \overrightarrow{L_1} \times \overrightarrow{L_2}$ 还没有使用,利用该条件,进一步可得以下结论.

定理 3 当光心 O_c 位于平面 π_4 和 π_5 外侧时,问题只有一个合理解,反之,当光心 O_c 位于 π_4 和 π_5 之间时,问题的两个解均为合理解.证明见附录 4.

综合以上结论,对于本文描述的 3 条相互垂直直线的 P3L 问题,其解的数量与相机光心相对于 3 条直线的位置有关,如图 4 所示,除去退化的情况外,光心的位置与解的数量关系如下.

1) 当相机光心 O_c 位于 π_4 和 π_5 平面上或以外时,问题只有一个合理解.

2) 当相机光心 O_c 位于 π_4 和 π_5 平面之间时,问题有两个合理解,并且这两个解具有对称性,该对称性可作为正确解的判定依据.

3) 当相机光心 O_c 位于 π_7 上时,问题只有一个解,其原因是两个合理解重合.

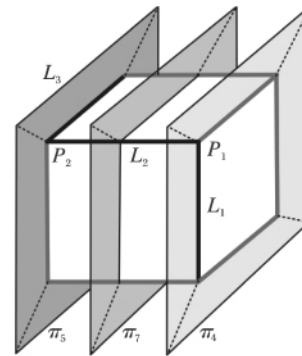
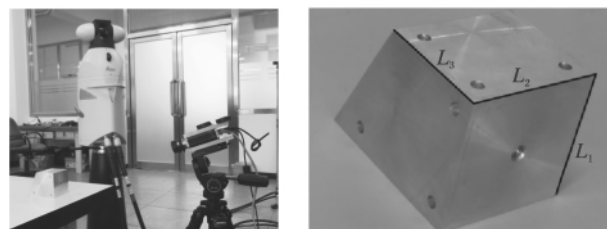


图 4 解的数量与光心位置关系示意图

Fig. 4 Relationship between solution number and location of optical center

4 实验及结果分析

针对本文问题进行视觉计算实验,实验系统如图 5(a) 所示,将具有 3 条相互垂直直线边缘的工件固定在桌面上,利用固定在三脚架上的相机(相机采用 Basler 的 Pylon piA640-210gm,配 16mm 镜头,图像尺寸为 640×480) 所拍摄到的模型图像计算相机与目标模型间的位姿参数.相机事先完成标定,图 5(b) 为相机拍摄到的目标模型图像及所利用的 3 条边缘线,模型上两交点间距离 $d = 70.00\text{mm}$.首先利用 Canny 算子获取图像中目标模型的边缘,再利用 Hough 变换提取直线,一般利用这种方法将从图像中提取出多条直线,这里利用手工的方法选择 3 条直线作为模型的 3 条相互垂直边缘线的像,在获得这 3 条直线的直线方程后,再应用本文方法,计算相机与目标模型间的位姿参数.它们之间的准确参数利用 Leica AT901-LR 激光跟踪仪测量得到,由于



(a) 实验系统

(b) 模型图像

(a) Experimental system

(b) Model image

图 5 实验系统及模型图像

Fig. 5 Experimental system and model image

激光跟踪仪的测量精度足够高,可认为其测量值为准确值。以欧拉角表示旋转矩阵,旋转按 Z 轴、 Y 轴、 X 轴的次序,旋转角度分别为 θ 、 φ 、 ψ 。两种方法得到的位姿结果如表 1 所示。

从实验结果看,计算结果与利用激光跟踪仪测量得到的结果基本相同,该实验中旋转角的最大误差不超过 0.5° ,平移参数误差最大的为深度方向误差,也不超过 2% ,说明本文方法是有效的。变换相机的位姿重复该实验得到的结果精度基本相似。

表 1 测量结果与计算结果对比

Table 1 Comparison between measured results and calculated results

参数	测量结果	计算结果
ψ	138.85°	139.32°
ϕ	144.57°	144.75°
θ	75.74°	75.99°
T_x/mm	64.77	64.26
T_y/mm	-13.74	-13.79
T_z/mm	455.13	461.19

5 结束语

本文从理论上研究利用相交于两点并相互垂直的 3 条直线获得相机相对于目标物体的位姿参数的问题,给出其闭式求解方法,并证明问题解的数量与相机光心相对于三条直线的位置有关,该结论对应用直线特征进行位姿测量以及合作目标设计都具有指导意义。但本文结论还属理论研究范畴,与实际应用还有一定差距,算法的鲁棒性,如位姿定位精度与目标直线的提取精度之间的关系等问题是值得进一步研究的课题。

参 考 文 献

- [1] Fischler M A, Bolles R C. Random Sample Consensus: A Paradigm for Model Fitting with Applications to Image Analysis and Automated Cartography. *Communications of the ACM*, 1981, 24(6): 381-395
- [2] Zhu Haijiang, Wu Fuchao, Hu Zhanyi. Camera Calibration Based on Two Parallel Line Segments. *Acta Automatic Sinica*, 2005, 31(6): 853-864 (in Chinese)
(祝海江, 吴福朝, 胡占义. 基于两条平行线段的摄像机标定. *自动化学报*, 2005, 31(6): 853-864)
- [3] Duan Fuqing, Wu Fuchao, Hu Zhanyi. Camera Calibration and 3D Reconstruction Using Parallelism Constraint. *Journal of Software*, 2007, 18(6): 1350-1360 (in Chinese)
(段福庆, 吴福朝, 胡占义. 基于平行性约束的摄像机标定与 3D 重构. *软件学报*, 2007, 18(6): 1350-1360)
- [4] Huang T, Netravali A. Motion and Structure from Feature Correspondences: A Review. *Proc of the IEEE*, 1994, 82(2): 252-268
- [5] Dhome M, Richetin M, Laprseste J, et al. Determination of the Attitude of 3-D Objects from a Single Perspective View. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1989, 11(12): 68-73
- [6] Liu Y, Huang T, Faugeras O. Determination of Camera Location from 2-D to 3-D Line and Point Correspondences. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1990, 12(1): 28-37
- [7] Chen H. Pose Determination from Line-to-Plane Correspondences: Existence Condition and Closed-Form Solutions. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1991, 13(6): 530-541
- [8] Shi Fanhuai, Zhang Xiaoyun, Liu Yuncai. A New Method of Camera Pose Estimation Using 2D-3D Corner Correspondence. *Pattern Recognition Letters*, 2004, 25(10): 1155-1163
- [9] Ying Xianghua, Zha Hongbin. Camera Pose Determination from a Single View of Parallel Lines // *Proc of the IEEE International Conference on Image Processing*. Genoa, Italy, 2005, III: 1056-1059
- [10] van den Heuvel F A. Exterior Orientation using Coplanar Parallel Lines // *Proc of the 10th Scandinavian Conference on Image Analysis*. Lappeenranta, Finland, 1997: 71-78
- [11] Sun Fengmei, Wang Weining. Pose Determination from a Single Image of a Single Parallelogram. *Acta Automatic Sinica*, 2006, 32(5): 746-752 (in Chinese)
(孙凤梅, 王卫宁. 基于单个平行四边形单幅图像的物体定位. *自动化学报*, 2006, 32(5): 746-752)
- [12] Wang Xiaojian, Pan Shunliang, Qiu Liwei, et al. Analytic Algorithm of Pose Estimation Based on Two Pairs of Parallel Lines. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2008, 29(3): 600-604 (in Chinese)
(王晓剑, 潘顺良, 邱力为, 等. 基于双平行线特征的位姿估计解析算法. *仪器仪表学报*, 2008, 29(3): 600-604)
- [13] Qin Lijuan. Research on Pose Estimation Method and Robustness Analysis from Line Correspondences. Ph. D Dissertation. Shenyang, China: Chinese Academy of Science. Shenyang Institute of Automation, 2007 (in Chinese)
(秦丽娟. 基于直线的视觉定位方法及鲁棒性研究. 博士学位论文. 沈阳: 中国科学院沈阳自动化研究所, 2007)
- [14] Qin Lijuan, Zhu Feng. A New Method for Pose Estimation from Line Correspondences. *Acta Automatic Sinica*, 2008, 34(2): 130-134
- [15] Liu Chang, Zhu Feng, Ou Jingjun. Door Shaped Three Lines Based P3L Problem's Closed-Form Solution. *Trans of Shenyang Ligong University*, 2009, 28(4): 11-14 (in Chinese)
(刘昶, 朱枫, 欧锦军. 基于门形三条直线的 P3L 问题的闭式解. *沈阳理工大学学报*, 2009, 28(4): 11-14)

附录 1 定理 1 的证明

证明 首先证明 O_c 位于 π_4 平面的情况, 下面给出该情况下一个可行解的解法. 由性质 3, 当光心位于 π_4 平面上时有 $\pi_1 \perp \pi_2$, 此时 π_1 与 π_4 平面重合. 对于问题的真实解 L_1, L_2, L_3 , 必符合 $L_2 \perp \pi_1$, 即 $L_2 // \vec{N}_1$, 由此可获得 L_2 直线的方向. 又由于 P_1 在射线 $\vec{O_c q_1}$ 上、 P_2 在射线 $\vec{O_c q_2}$ 上及 $|P_1 P_2| = d$, 可得到唯一的 P_1, P_2 在相机坐标系下的坐标及 \vec{L}_2 的方向. 由题 $L_3 \perp L_2$ 且 $L_3 \perp \vec{N}_3$, 再由性质 4, 此时 L_2 与 \vec{N}_3 不平行, 则 \vec{L}_3 的可能方向为 $\pm(\vec{L}_2 \times \vec{N}_3)$. 再由于 \vec{L}_3 必须与 \vec{L}_1 位于平面 π_3 的同一“半平面”, 可确定唯一的 \vec{L}_3 的准确方向. 类似地可获得 \vec{L}_1 的准确方向. 通过该过程得到 P_1, P_2 在相机坐标系下的坐标及 $\vec{L}_1, \vec{L}_2, \vec{L}_3$ 的方向, 即可得到问题的一个解.

下面证明当光心位于 π_4 平面上时不可能存在其他解. 利用反证法, 如图 1.1 所示, 假设除 L_1, L_2, L_3 外, 还有另一组可行解 L'_1, L'_2, L'_3 (L'_3 在图中未画出). 设 L'_2 分别交 $O_c q_1$ 和 $O_c q_2$ 于 P'_1 和 P'_2 , 则 L_2 与 L'_2 必不平行, 否则不可能同时保证 $|P_1 P_2| = d$ 及 $|P'_1 P'_2| = d$, 可得 L'_2 必不垂直于 π_1 . 由于 $\pi_1 \perp \pi_2$, 为使 $L'_1 \perp L'_2$ 且 $L'_1 \in \pi_1$, 必有 $L'_1 \perp \pi_2$ 成立. 由于 $L'_3 \perp L'_1$, 得 $L'_3 // \pi_2$, 又由于 L'_3 与 π_2 相交于 P'_2 , 可得 $L'_3 \in \pi_2$. 这将使问题发生退化, 因此假设必不成立, 定理成立. 当光心 O_c 位于 π_5 平面上时, 可作类似证明.

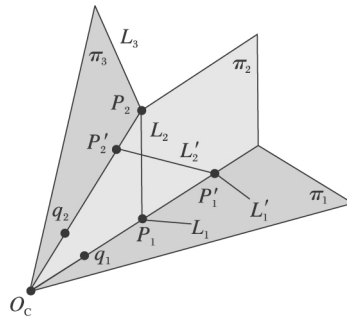


图 1.1 定理 1 的证明图解

Fig. 1.1 Illustration of proof of Theorem 1

附录 2 推论 1 的证明

证明 类似文中式(5)的推导, 有

$$b = \vec{Q}_1^T \vec{N}_3 \vec{N}_1^T \vec{Q}_2 - 2(\vec{N}_1^T \vec{N}_3)(\vec{Q}_1^T \vec{Q}_2), \quad c = (\vec{N}_1^T \vec{N}_3)(\vec{Q}_1^T \vec{Q}_1),$$

整理文中式(4)得

$$(\vec{N}_1^T \vec{N}_3)(k_2 \vec{Q}_2 - k_1 \vec{Q}_1)^T (k_2 \vec{Q}_2 - k_1 \vec{Q}_1) + (\vec{Q}_1^T \vec{N}_3 \vec{N}_1^T \vec{Q}_2) k_1 k_2 = 0,$$

注意到 $(k_2 \vec{Q}_2 - k_1 \vec{Q}_1)^T (k_2 \vec{Q}_2 - k_1 \vec{Q}_1) = d^2$, 代入上式得 $k_1 k_2$ 必为常数.

附录 3 推论 2 的证明

证明 由 k_1 与 k_2 的几何意义, 有

$$|O_c P_1| |O_c P_2| = (k_1^{(1)} |O_c q_1|)(k_2^{(1)} |O_c q_2|), \quad |O_c P'_1| |O_c P'_2| = (k_1^{(2)} |O_c q_1|)(k_2^{(2)} |O_c q_2|),$$

由推论 1, 有

$$|O_c P_1| |O_c P_2| = |O_c P'_1| |O_c P'_2|. \tag{3.1}$$

下面再证文中式(8)成立.

如文中图 3 所示, 由于 P_1, P'_1 均在 $\vec{O_c q_1}$ 上, P_2, P'_2 均在 $\vec{O_c q_2}$ 上, 因此 $\angle P_1 O_c P_2 = \angle P'_1 O_c P'_2$. 在三角形 $P_1 O_c P_2$ 和三角形 $P'_1 O_c P'_2$ 上分别应用余弦定理, 有

$$\cos(\angle P_1 O_c P_2) = \frac{|O_c P_1|^2 + |O_c P_2|^2 - |P_1 P_2|^2}{2 |O_c P_1| |O_c P_2|}, \quad \cos(\angle P'_1 O_c P'_2) = \frac{|O_c P'_1|^2 + |O_c P'_2|^2 - |P'_1 P'_2|^2}{2 |O_c P'_1| |O_c P'_2|}.$$

又由 $|P_1 P_2| = |P'_1 P'_2| = d$ 以及式(3.1), 可得

$$|O_c P_1|^2 + |O_c P_2|^2 = |O_c P'_1|^2 + |O_c P'_2|^2. \tag{3.2}$$

由式(3.1)和式(3.2)可推出,若 $|O_c P_1| = |O_c P'_1|$ 、 $|O_c P_2| = |O_c P'_2|$,此时两解重合.若 $|O_c P_1| = |O_c P'_2|$ 、 $|O_c P_2| = |O_c P'_1|$,式(8)成立.

附录4 定理3的证明

证明 首先讨论光心 O_c 位于 π_4 平面和 π_5 平面之外的情况,由定理2及推论2,此时问题只有两组可能解,且两组可能解具有对称关系.图3显示当光心在 π_5 右侧时两个可能解的情况.这时只需证明这两个可能解中只有一个能符合方向约束条件 $\vec{L}_3 = \vec{L}_1 \times \vec{L}_2$,即可证明本定理结论.

如图4.1所示,设两组可能解分别是 L_1, L_2, L_3 和 L'_1, L'_2, L'_3 (L_1 和 L'_1 在图中未画出). L_2 与 $\vec{O_c q_1}, \vec{O_c q_2}$ 的交点分别是 P_1, P_2 , L'_2 与 $\vec{O_c q_1}, \vec{O_c q_2}$ 的交点分别是 P'_1, P'_2 .由性质1及推论2易知, $\angle P_1 P_2 O_c$ 与 $\angle P'_1 P'_2 O_c$ 中一个为锐角、另一个为钝角.图4.1中 $P_2 S$ 和 $P'_2 S'$ 是 π_2 平面上 $\vec{O_c q_2}$ 的垂线, $P_2 T$ 和 $P'_2 T'$ 是 π_3 平面上 $\vec{O_c q_2}$ 的垂线.设 P_3 是 L_3 上一点且 $\vec{L}_3 = \vec{P_2 P_3}$, P'_3 是 L'_3 上一点,且 $\vec{L}'_3 = \vec{P'_2 P'_3}$.过 P_3 和 P'_3 做 π_2 的垂线,分别交 π_2 于 R 和 R' ,则 R 和 R' 必位于平面 π_2 上被 $\vec{O_c q_2}$ 划分的同一“半平面”内.由 $L_2 \perp L_3$ 及 $P_3 R \perp L_2$ 可得 $\vec{L}_2 \perp \vec{P_2 R}$,同理由 $L'_2 \perp L'_3$ 及 $P'_3 R' \perp L'_2$ 可得 $\vec{L}'_2 \perp \vec{P'_2 R'}$,则 R, R' 必分列在 $P_2 S$ 或 $P'_2 S'$ 两侧,由右手法则易得向量 $\vec{L}_2 \times \vec{P_2 R}$ 与 $\vec{L}'_2 \times \vec{P'_2 R'}$ 都垂直于 π_2 ,但方向相反.又由于 $\vec{R P_3} \perp \pi_2, \vec{R' P'_3} \perp \pi_2$,可知向量 $\vec{L}_2 \times \vec{R P_3}$ 与 $\vec{L}'_2 \times \vec{R' P'_3}$ 都与 π_2 平行.又由方向约束 \vec{L}_1 的方向:

$$\vec{L}_1 = \vec{L}_2 \times \vec{L}_3 = \vec{L}_2 \times \vec{P_2 P_3} = \vec{L}_2 \times (\vec{P_2 R} + \vec{R P_3}) = \vec{L}_2 \times \vec{P_2 R} + \vec{L}_2 \times \vec{R P_3},$$

以及 \vec{L}'_1 的方向:

$$\vec{L}'_1 = \vec{L}'_2 \times \vec{L}'_3 = \vec{L}'_2 \times \vec{P'_2 P'_3} = \vec{L}'_2 \times (\vec{P'_2 R'} + \vec{R' P'_3}) = \vec{L}'_2 \times \vec{P'_2 R'} + \vec{L}'_2 \times \vec{R' P'_3},$$

可知 \vec{L}_1 与 \vec{L}'_1 分别指向 π_2 平面的上方和下方两个不同方向.

由题,平面 π_2 将平面 π_1 分成上、下两个“半平面”,分割线即为它们的交线 $\vec{O_c q_1}$,且 P_1 和 P'_1 均位于 $\vec{O_c q_1}$ 上,合理解要求射线 \vec{L}_1 和 \vec{L}'_1 必须位于 π_1 上与 \vec{L}_1 相同的一个“半平面”内,而由前面的推导,射线 \vec{L}_1 与 \vec{L}'_1 相对于 π_2 的方向不同,必分别位于 π_1 两个不同的“半平面”内,因此其中只能有一个是真实解,即此时问题只有一个解.

当光心 O_c 位于平面 π_4 和 π_5 之间时,由性质1及推论2,此时 $\angle P_1 P_2 O_c$ 与 $\angle P'_1 P'_2 O_c$ 均为锐角,可得射线 \vec{L}_1 与 \vec{L}'_1 将位于 π_1 平面的同一个“半平面”内,因此两个解均为合理解.

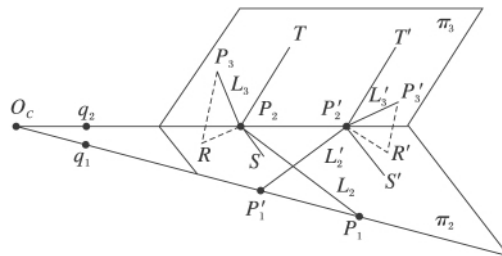


图4.1 两组可能解的方向关系示意图

Fig. 4.1 Direction relationship of two possible solutions