

基于改进贝叶斯方法的轨迹预测算法研究

李万高^{1*}, 赵雪梅², 孙德广³

(1. 河南工程学院 计算机学院, 郑州 451191; 2. 郑州升达经贸管理学院, 郑州 451191; 3. 中国科学院 沈阳自动化研究所, 沈阳 110016)

(* 通信作者电子邮箱 liwangao@yeah.net)

摘要: 针对传统轨迹预测方法在历史轨迹数目有限时, 预测准确度较低的问题, 提出一种改进的贝叶斯推理 (MBI) 方法, MBI 构建了马尔可夫模型来量化相邻位置的相关性, 并通过对历史轨迹进行分解来获得更准确的马尔可夫模型, 最后得到改进的贝叶斯推理公式。实验结果表明, MBI 方法比现有方法的预测速度快 2 到 3 倍, 并且有较高的准确度和稳定性。MBI 方法充分利用现有轨迹信息, 不仅提高了查询效率, 还保证了较高的预测精度。

关键词: 轨迹预测; 马尔可夫模型; 贝叶斯推理

中图分类号: TP391 **文献标志码:** A

Prediction of trajectory based on modified Bayesian inference

LI Wangao^{1*}, ZHAO Xuemei², SUN Dechang³

(1. School of Computer, Henan Institute of Engineering, Zhengzhou Henan 451191, China;
2. Shengda Trade Economics and Management College of Zhengzhou, Zhengzhou Henan 451191, China;
3. Shenyang Institute of Automation, Chinese Academic of Science, Shenyang Liaoning 110016, China)

Abstract: The existing algorithms for trajectory prediction have very low prediction accuracy when there are a limited number of available trajectories. To address this problem, the Modified Bayesian Inference (MBI) approach was proposed, which constructed the Markov model to quantify the correlation between adjacent locations. MBI decomposed historical trajectories into sub-trajectories to get more precise Markov model and the probability formula of Bayesian inference was obtained. The experimental results based on real datasets show that MBI approach is two to three times faster than the existing algorithm, and it has higher prediction accuracy and stability. MBI makes full use of the available trajectories and improves the efficiency and accuracy for the prediction of trajectory.

Key words: trajectory prediction; Markov model; Bayesian inference

0 引言

随着全球定位技术及移动通信技术的迅猛发展, 移动手持设备如手机、掌上电脑以及车载导航系统逐渐普及, 基于位置的服务 (Location Based Service, LBS) 受到国内外研究学者的关注。移动对象的轨迹预测^[1-4] 是被研究的热点问题之一。轨迹预测在诸多方面有着广泛的应用前景, 如旅游推荐、广告推送、车载导航的自动设置、智能化交通管理等。由于行人、汽车等移动对象都是在受限路网中运动, 因此, 本文主要研究对受限路网中的移动对象进行轨迹预测。

现有轨迹预测方法大体可分为单用户和多用户两类。单用户的轨迹预测^[5-7] 主要依据每个用户自己的历史轨迹来对查询轨迹进行轨迹预测, 因此同一条查询轨迹, 会随着用户的不同预测出不同的轨迹。本文所研究的问题主要针对多用户这一类; 多用户的轨迹预测^[8-10] 是根据已有的大众的历史轨迹信息 (如网站中共享的历史轨迹信息、大量出租车的行车轨迹信息) 来进行轨迹预测。文献 [11] 根据移动对象位置和速度的统计信息来建立运动模型, 从而对未来轨迹进行预测, 但由于每个移动对象的运动模式各不相同, 需对不同对象建立不同的运动模型, 效率低下。为了提高预测的准确度, 文献 [8-9, 12] 在历史轨迹中添加了额外的信息, 如路网中区域

分布情况、行驶时间、轨迹长度、交通事故报告、路况和行驶习惯等, 这些特征中有些能够提高预测的精度, 但仍会存在一些冗余特征, 在一定程度上降低预测的准确度, 因此特征的选取是这种方法的关键。文献 [10] 利用历史轨迹信息建立加权的马尔可夫链, 从而对移动对象的下一个路口进行预测, 但这种方法把每条历史轨迹当作整体, 当历史轨迹数量有限而不足以覆盖所有路口时, 有些路口永远都不会被预测到。

可以看出, 现有方法都存在一定的局限和不足, 针对存在的这些问题, 本文提出了基于改进贝叶斯推理 (Modified Bayesian Inference, MBI) 方法的轨迹预测算法。MBI 通过构造马尔可夫模型的方法来利用转移概率量化两个相邻位置的相关性; 为了解决当历史轨迹数量有限而出现的有些路口永远都不会被预测到的问题, MBI 把原历史轨迹分解成若干个子轨迹, 分别进行分析和计算, 最后得到了改进的贝叶斯推理公式, 通过公式计算出所有可能到达位置的概率, 把概率最大的位置作为轨迹预测的结果返回给查询轨迹。

最后, 本文使用国内某北方城市出租车全球定位系统 (Global Positioning System, GPS) 中位置的真实数据对本文 MBI 方法与文献 [10] 中基于马尔可夫链的方法 (Markov Chain Based, MCB) 进行了性能比较和验证。实验结果表明, 与 MCB 方法相比, MBI 有更高的预测准确率以及更短的查询

收稿日期: 2013-01-31; 修回日期: 2013-02-27。 基金项目: 国家重大科技专项 (2011ZX02507-006)。

作者简介: 李万高 (1973-) 男, 河南兰考人, 讲师, 硕士, 主要研究方向: 智能数据管理; 赵雪梅 (1966-) 女, 河南濮阳人, 副教授, 硕士, 主要研究方向: 智能控制; 孙德广 (1976-) 男, 河南兰考人, 博士研究生, 主要研究方向: 生产计划与控制、先进制造。

响应时间。

1 预备知识

1.1 轨迹的表示方式

历史轨迹数据库中含有海量的基于路网的轨迹信息。为了提高预测效率, 本文将整个路网空间划分成大小相同的网格, 形成了一个网格图, 网格总数用 $NumC$ 表示。在同一个网格内的对象都被看作是一个点, 每个网格的长度用 l 表示, 相邻网格之间的距离也为 l , 因此路网上的一条轨迹就可以由一连串的网格号来表示。如图 1 是一个 3×3 的网格, 轨迹 T_1 可由网格号串 $\{c_1, c_2, c_5, c_6, c_9\}$ 来表示。可以看出, 用网格作为路网中的最小划分单位, 相似的轨迹可能被看作是同一条轨迹, 比如图中的轨迹 T_2 和 T_3 都被表示成 $\{c_4, c_5, c_8\}$ 。显然, 网格划分得越细, 轨迹之间的区分越明显。

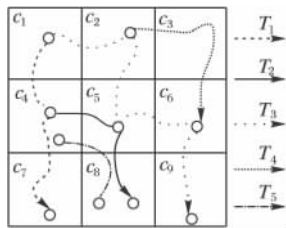


图 1 一个 3×3 的网格

被查询的轨迹实际上是一条不完整的轨迹, 为与数据库中的历史轨迹区分开, 使用 T^q 来表示被查询轨迹。 T^q 的起始位置用 l_s 表示, 当前位置用 l_c 表示, 下一时刻的位置用 l_n 表示。

1.2 基于朴素贝叶斯推理方法的轨迹预测

利用朴素贝叶斯推理来进行移动对象的轨迹预测, 主要由训练阶段和预测阶段两部分组成。训练阶段可以在离线状态下进行, 主要是对历史轨迹进行学习和挖掘, 构造出模型; 而预测阶段主要是基于训练得到的模型, 在线状态下对查询轨迹进行分析和预测。

网格 c_j 成为下一时刻位置的概率, 即 l_n 在 c_j 中的概率, 它的值取决于历史轨迹数据库中的那些包含查询轨迹 T^q 的所有轨迹里同时也包含 c_j 的概率。利用贝叶斯规则, 可以给出形式化的公式, 如下:

$$P(l_n \in c_j | T^q) = \frac{P(T^q | l_n \in c_j) P(l_n \in c_j)}{\sum_{1 \leq k \leq NumC} P(T^q | l_n \in c_k) P(l_n \in c_k)} \tag{1}$$

这里的先验概率 $P(l_n \in c_j)$ 可以用数据库中包含 l_n 的轨迹数目除以数据库中所有轨迹数目。显然, 当历史数据库中并没有包含某位置 l_n 的轨迹时, 求得的先验概率为零。也就是说, 点 l_n 被预测到的前提是它在某条历史轨迹上, 这就会带来前面提到的问题, 即可能会出现有些路径永远都不会被预测到的情况, 降低了查询的效率。为了解决这一问题, 本文对朴素的贝叶斯方法进行了改进。

2 基于 MBI 方法的轨迹预测

MBI 方法的轨迹预测算法主要由三部分构成: 首先, 利用网格的状态值计算出所有相邻网格间的转移概率, 从而构造出原始的马尔可夫模型, 利用转移概率来量化两个相邻位置的相关性, 把路径的选择问题转化成了网格到网格的点对点

问题; 其次, 为提高查询轨迹与历史轨迹匹配的可能, MBI 方法把历史轨迹分解成若干个子轨迹, 重新计算转移概率, 进一步增加了马尔可夫模型的精确度; 最后, 根据路径概率的定义, 重新计算了朴素贝叶斯推理中的先验概率, 从而构建了改进的贝叶斯推理公式。本章分别对这 3 步进行了详细的介绍, 并在最后从宏观上给出了整个轨迹预测的过程。

2.1 原始马尔可夫模型的构造

为了充分利用历史轨迹的信息, 本文基于每个网格的状态值来构建马尔可夫模型。为每两个相邻的网格 c_i 和 c_j 都建立两个有向的转换状态, 即从 c_i 到 c_j 以及从 c_j 到 c_i 。如图 2 就是由图 1 构建的马尔可夫模型。

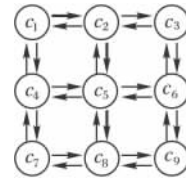


图 2 对图 1 构建的马尔可夫模型

对象从 c_i 中的点行驶到 c_j 中某点的转移概率用 p_{ij} 表示, 它的值等于历史轨迹数据库中包括网格号串 $\{c_i, c_j\}$ 的轨迹数目除以所有包含网格号 c_i 的轨迹数目。因此, 对于网格图中的每对相邻网格, 都可以预先计算出它们的转移概率。然后把这些概率值存储在一个二维的矩阵中, 其中一维对应着网格当前的状态, 另一维对应着下个状态。若使用符号 M 以及 M_{ij} 分别表示该转移矩阵以及相应的转移概率值。那么图 1 相对应的转移矩阵 M 为:

$$M = \begin{bmatrix} 0 & p_{12} & 0 & p_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_{21} & 0 & p_{23} & 0 & p_{25} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_{32} & 0 & 0 & 0 & p_{36} & 0 & 0 & 0 \\ p_{41} & 0 & 0 & 0 & p_{45} & 0 & p_{47} & 0 & 0 \\ 0 & p_{52} & 0 & p_{54} & 0 & p_{56} & 0 & p_{58} & 0 \\ 0 & 0 & p_{63} & 0 & p_{65} & 0 & 0 & 0 & p_{69} \\ 0 & 0 & 0 & p_{74} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{85} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{96} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

值得注意的是, 本文使用的是一阶马尔可夫模型, 也就是只有当前的状态决定了转移到下一状态的概率。当然, 也可以使用高阶的马尔可夫模型, 即把前面多个状态累加到一起来计算下一状态的概率, 但文献 [3] 证实, 当历史轨迹数据库中并没有足够多的轨迹来支持计算时, 高阶马尔可夫模型的准确度会下降, 因此, 本文弃用了高阶的马尔可夫模型。

2.2 历史轨迹的分解再合并

在 2.1 节中, MBI 构建了基于转移矩阵 M 的马尔可夫模型, 其中矩阵 M 中的值代表了从某个网格行驶至相邻某网格的概率。为了进一步提高查询轨迹与历史轨迹数据库中的轨迹相匹配的程度, MBI 先把原有的历史轨迹分解成多个子轨迹, 大大增加了已有可能轨迹的数目, 再分别计算转移矩阵中相应的概率值。在进行轨迹预测时, 利用这个转移矩阵来计算某个网格成为下一跳的概率, 这一过程又相当于把这些子轨迹进行了合并。

在分解历史轨迹之前, 转移矩阵 M 中存储的实际上是从一个网格经过一步到达另一个网格的概率, 当把历史轨迹分解后, 数据库中的轨迹数目成倍增长, 为了得到精确的概率, 需要

计算经过多步到达某网格的概率。计算经过 s 步到达某网格的转移概率 实际上就是转移矩阵 M 的 s 次方。因此从点 i 到 j 的总的转移概率就是所有可能步数的转移概率之和 即:

$$p_{i \rightarrow j} = M_{ij}^{L_{i \rightarrow j}} + M_{ij}^{L_{i \rightarrow j}+1} + \dots + M_{ij}^{L_{i \rightarrow j}+s} \quad (2)$$

其中: $L_{i \rightarrow j}$ 代表了从点 i 到 j 的距离, $M_{ij}^{L_{i \rightarrow j}}$ 代表了从点 i 到 j 经过 $L_{i \rightarrow j}$ 步的转移概率。

2.3 MBI 中先验概率的计算

为了给出先验概率的公式,除了需要使用从当前位置到下一跳位置总的转移概率外,还要求出行驶在查询路径上的概率。用户行驶在某条路径上的概率叫作路径概率,它的值就是把该路径上所有点对的转移概率值相乘。例如,给定一个转移矩阵 M ,假设查询轨迹从 c_1 到 c_8 经过的路径可用 $T_{1 \neq 5,8}^q$ 表示,该路径的概率可以进行如下计算 $P(T_{1 \neq 5,8}^q) = p_{12} \cdot p_{25} \cdot p_{58}$,这里的 p_{12} p_{25} p_{58} 分别是网格串号 $\{c_1, c_2\}$, $\{c_2, c_5\}$ 和 $\{c_5, c_8\}$ 在转移矩阵 M 中相应的转移概率。因此,给定任意的查询轨迹 $T_{1 \neq 2, \dots, k}^q$,其路径概率可通过式(3)计算得到:

$$P(T^q) = P(T_{1 \neq 2, \dots, k}^q) = \prod_{i=1}^k p_{i(i+1)} \quad (3)$$

另外,当查询轨迹对应的节点序列不是相邻节点时,用式(3)计算出来的路径概率的值为0。这种情况下,本文采用线性插值的方法来填充两个不相邻的节点,使得整条轨迹上的节点序列都能够两两相邻。

这样,给定一条查询轨迹 T^q ,利用式(2)~(3),就可以重新定义式(1)中的先验概率,如下:

$$P(T^q | l_n \in c_j) = P(T^q) \cdot p_{l_n \rightarrow j} / p_{l_s \rightarrow j} \quad (4)$$

其中: $P(T^q)$ 就是给定查询轨迹 T^q 的路径概率; $p_{l_n \rightarrow j}$ 是用户从 T^q 中的当前位置 l_n 到下一跳位置的总的转移概率; $p_{l_s \rightarrow j}$ 是用户从轨迹的始发点 l_s 到位置 j 的转移概率。

2.4 基于 MBI 的轨迹预测过程

给定查询路径 T^q ,先利用式(3)计算出路径概率;再对于每一个下一跳可能的节点 c_j ,利用式(4)计算出从路径 T^q 到节点 c_j 的先验概率;最后根据这些概率值把节点进行排序,为用户返回概率最大的位置。可以看出,算法在训练阶段,可以离线计算出大多数概率,而在预测阶段,多数概率值也可以直接从预计算的矩阵 M 中得到,因此有较高的查询效率。

3 实验结果

在本章,本文使用国内某北方城市出租车 GPS 位置的真实数据对本文的 MBI 方法与文献[10]中基于马尔可夫链的方法进行了性能比较和验证。

3.1 实验环境

本文所有算法都在 Windows 7 下使用标准 C++ 实现,所用的个人电脑配置为: Intel Core2 CPU, 2.20 GHz, 2 GB 内存, 500 GB 硬盘。从科研数据共享平台数据堂 (<http://www.datatang.com>) 中下载了“某北方城市出租车 GPS 位置数据”,一共记录了两万多辆出租车在 2009 年 3 月的位置数据。本文随机从该数据库中挑选了若干条轨迹作为查询轨迹,而把其余的轨迹作为贝叶斯方法的训练数据。MBI 方法中对历史轨迹进行了分解,在实验中,每条历史轨迹被分成了大小相等的 50 条子轨迹。

实验从算法的有效性和高效性进行了验证。有效性主要

考察算法预测的准确率,而高效性主要考察查询的响应时间。显然,一个好的算法应该有更高的预测准确率以及更短的查询响应时间。

考察的参数有历史轨迹数目、网格划分数量和查询轨迹长度占原轨迹的比例数。其中历史轨迹数目从 1 000 条增加到 8 000 条,默认值是 2 000。网格划分从 20×20 增加到 50×50 ,采用 30×30 作为默认值。查询轨迹长度占原轨迹的比例数从 10% 以步长 20% 增加到 90%,默认值是 70%。为了更好地分析这 3 个参数对算法性能的影响,在研究一种参数对算法效率的影响时,只变化该参数的值,而其他参数设置为默认值。

3.2 结果分析

在实验中,默认采用 30×30 的网格划分,即共得到 900 个网格,从 3.1 节中介绍的“某北方城市出租车 GPS 位置数据”中随机选择了 1 万条轨迹作为贝叶斯方法的训练数据,在其余轨迹中随机选择了 1 000 条轨迹,把这 1 000 条轨迹的前 70% 路径作为查询轨迹,剩下的 30% 路径用于验证算法预测的准确度,通过 MBI 方法对这 1 000 条查询进行了预测,其平均的预测响应时间是 0.37,并且 80% 以上的查询轨迹所得到的预测结果与其原始轨迹吻合。

为了更好地验证本文 MBI 方法的有效性和高效性,在实验中把 MBI 方法和文献[10]的 MCB 方法进行了对比。

图 3 列出了历史轨迹数目对算法预测准确度的影响。可以看出,历史轨迹数目越大,准确度越高,这是因为轨迹越多,训练得到的学习模型越精确。当历史轨迹数目很少时,MCB 方法的准确率偏低,而 MBI 方法由于对历史轨迹进行了分解,也表现出了较高的准确率。

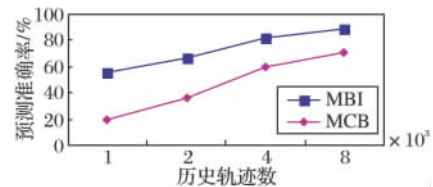


图 3 历史轨迹数目对算法预测准确度的影响

图 4 列出了网格划分对 MBI 方法和 MCB 方法预测准确度的影响。可以看出,随着网格划分越来越细,两种算法的预测准确度都有所提高,这是因为网格越小,处在同一网格内的路径就越少,这样历史轨迹集就能为训练阶段提供更多更详细的信息,根据这些信息建立的马尔可夫模型就越精确。但当网格划分太多时,每个网格所覆盖的面积过小,会增加在预测阶段的难度,导致算法精度又有所下降。MCB 方法的预测准确度下降显著,而 MBI 方法下降较缓慢,展现了更好的稳定性。

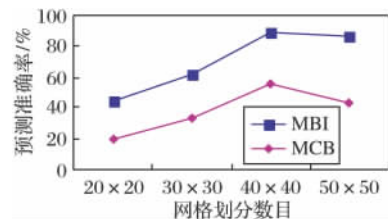


图 4 网格划分对算法预测准确度的影响

图 5 给出的是轨迹预测准确率随查询轨迹长度变化的影响。随着查询轨迹越来越长,两种算法的准确率都有一定程度的增加,这是因为轨迹越长,提供可用的信息就越多,能够增加贝叶斯方法在预测时的精准度。

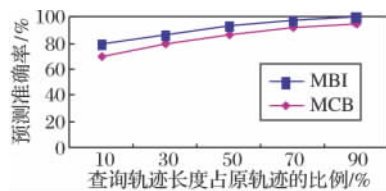


图5 查询轨迹长度比例对算法预测准确度的影响

除了有效性对算法很重要之外,算法的高效性,即查询的响应时间也是衡量算法的一个的标准。表1列出了底层网格划分对两种算法预测阶段所用平均时间的影响。从表中可以看出,网格划分越大,所需预测时间越长,这是因为网格越多,建立马尔可夫链所需时间越长。MBI方法始终比MCB方法快2到3倍,在保证较高准确度的同时,展现了较高的查询效率。

表1 MBI和MCB的平均预测时间对比

网格划分	MBI 预测时间	MCB 预测时间
20	0.05	0.13
30	0.22	0.58
40	0.48	1.21
50	0.82	2.12

4 结语

本文基于马尔可夫模型,提出了MBI方法来对移动对象进行轨迹预测。MBI先利用转移概率来量化两个相邻位置的相关性,构造了原始的马尔可夫模型;又把历史轨迹分解成若干个子轨迹,利用子轨迹重新计算转移概率,来获得更高准确度的马尔可夫模型;最后定义了改进的贝叶斯推理公式,来求解最终的预测结果。实验结果表明,MBI方法与现有方法相比,有更高的预测准确率以及更短的查询响应时间,尤其是当历史轨迹数目较少,不足以覆盖每个路口时,MBI方法仍然能够保证较高的预测精度。

在对移动对象进行轨迹预测时,如何能够保护好用户的隐私将是本文未来研究的方向。

(上接第1949页)

内特征评价,并提出了雷达信号脉内特征可分性指标。实验结果表明,所提出的方法和指标是可行的。通过大量的仿真实验,得出多个角度综合评估雷达信号脉内特征,反映雷达信号的结构特征更为全面,这为了解雷达辐射源信号的结构特性以及降低分类器的复杂度提供了有价值的参考。当特征维数为多维时,如何计算该特征模糊度;若某个信号中有多个特征,如何通过得到的单个特征来表征整个信号的模糊度;简单地对单个特征的加权平均得出整个信号的模糊度是否合理,或是找出其他方法解决此问题,可作为下一步研究内容。

参考文献:

- [1] 余志斌. 基于脉内特征的雷达辐射源信号识别研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2010.
- [2] 普运伟, 金炜东, 胡来招. 基于瞬时频率二次特征提取的辐射源信号分类[J]. 西南交通大学学报, 2007, 42(3): 373-379.
- [3] 朱明, 普运伟, 金炜东, 等. 基于时频原子方法的雷达辐射源信号特征提取[J]. 电波科学学报, 2007, 22(3): 458-462.
- [4] 张庆荣, 单佩均. 雷达信号脉内特征分析的谱相关法[J]. 电子对抗, 1993, 19(4): 1-6.
- [5] LEE J P Y. A multi-channel digital receiver for intrapulse analysis

参考文献:

- [1] 乔少杰, 彭京, 李天瑞, 等. 基于CTBN的移动对象不确定轨迹预测算法[J]. 电子科技大学学报, 2012, 41(5): 759-763.
- [2] 郭黎敏, 丁治明, 胡泽林, 等. 基于路网的不确定性轨迹预测[J]. 计算机研究与发展, 2010, 47(1): 104-112.
- [3] 赵越, 刘衍珩, 余雪岗, 等. 基于模式挖掘与匹配的移动轨迹预测方法[J]. 吉林大学学报: 工学版, 2008, 38(5): 1125-1130.
- [4] WEI L Y, ZHENG Y, PENG W. Constructing popular routes from uncertain trajectories [C]// Proceedings of the 18th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. New York: ACM Press, 2012: 195-203.
- [5] MARMASSE N, SCHMANDT C. A user-centered location model [J]. Personal and Ubiquitous Computing, 2002, 6(5): 318-321.
- [6] ASHBROOK D, STARNER T. Using GPS to learn significant locations and predict movement across multiple users [J]. Personal Ubiquitous Computing, 2003, 7(5): 275-286.
- [7] TIESYTE D, JENSEN C S. Similarity-based prediction of travel times for vehicles traveling on known routes [C]// Proceedings of the 16th ACM SIGSPATIAL International Conference on Advances in Geographic Information Systems. New York: ACM Press, 2008: 1-10.
- [8] ZIEBART B D, MAAS A L, DEY A K, et al. Navigate like a cab: probabilistic reasoning from observed context-aware behavior [C]// Proceedings of the 10th International Conference on Ubiquitous Computing. New York: ACM Press, 2008: 322-331.
- [9] HORVITZ E, KRUMM J. Some help on the way: opportunistic routing under uncertainty [C]// Proceedings of the 14th International Conference on Ubiquitous Computing. New York: ACM Press, 2012: 371-380.
- [10] 彭曲, 丁治明, 郭黎敏. 基于马尔可夫链的轨迹预测[J]. 计算机学报, 2010, 37(8): 189-193.
- [11] 徐怀野, 丁治明, 刘奎恩, 等. 受限路网中基于全局学习机制的在线轨迹预测[J]. 计算机科学, 2012, 39(8): 169-172.
- [12] YUAN J, ZHENG Y, XIE X, et al. Driving with knowledge from the physical world [C]// Proceedings of the 17th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. New York: ACM Press, 2011: 316-324.

and direction-finding [C]// Proceedings of 1999 IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers and Signal Processing. Piscataway: IEEE, 1999: 589-592.

- [6] ZHOU Y F, LEE J P Y. A MDL approach for determining the number of emitters using intra-pulse information [C]// Proceedings of 1999 IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers and Signal Processing. Piscataway: IEEE, 1999: 548-551.
- [7] 黄知涛, 周一宇, 姜文利. 基于相对无模糊相位重构的自动脉内调制特性分析[J]. 通信学报, 2003, 24(4): 153-160.
- [8] 冯德军. 弹道中段目标雷达识别与评估研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2006.
- [9] 孟庭芳, 齐春耕. 对于模糊集合模糊度的探讨[J]. 郑州工学院学报, 1989, 10(3): 14-20.
- [10] 赵沁平. 模糊集合的模糊度与贴近度[J]. 数学的实践与认识, 1982(1): 44-49.
- [11] 齐敏, 李大建, 郝重阳. 模式识别导论[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009.
- [12] 范金城, 梅长林. 数据分析[M]. 北京: 科学出版社, 2010.
- [13] 程吉祥. 基于时频原子方法的雷达辐射源信号识别[D]. 成都: 西南交通大学, 2011.