

DOI : 10.3901/JME.2013.17.092

# 模块化可重构机器人标定方法研究\*

高文斌<sup>1,2</sup> 王洪光<sup>1</sup> 姜 勇<sup>1</sup> 潘新安<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学院沈阳自动化研究所机器人学国家重点实验室 沈阳 110016 ;  
2. 中国科学院大学 北京 100049)

摘要 : 针对模块化可重构机器人模块级参数标定问题开展相关研究。采用旋量的指数形式对关节模块、连杆模块、模块间装配方位及由关节模块和连杆模块组成的子装配体进行数学描述, 分别给出基于模块和子装配体的模块化机器人运动学模型, 并对关节模块、连杆模块、子装配体及机械臂进行误差分析。建立子装配体和机械臂间的误差模型, 给出一种用子装配体标定的可考虑多个机械臂装配结构信息的联合标定模型及标定流程。建立模块和子装配体间的误差模型, 给出一种用于模块参数标定的可考虑多个子装配体装配结构信息的联合标定模型及标定流程。结合两种联合标定模型, 提出一种可用于补偿多个模块化机械臂位姿误差的模块参数的两层式迭代标定方法。仿真试验表明标定方法是稳定的, 标定结果可有效地实现多个机械臂位姿精度的补偿。

关键词 : 模块化可重构机器人 指数积 参数标定

中图分类号 : TP24

## Research on the Calibration of Modular Reconfigurable Robot

GAO Wenbin<sup>1,2</sup> WANG Hongguang<sup>1</sup> JIANG Yong<sup>1</sup> PAN Xinan<sup>1,2</sup>

(1. State Key Laboratory of Robotics, Shenyang Institute of Automation,  
Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016;  
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049 )

**Abstract :** The module level parameter calibration method for modular reconfigurable robot is studied. The twist exponential map is taken to describe the joint module, link module, the assembly orientation between tow modules and the sub-assembly composed of a joint module and a link module; the kinematic modeling methods both in module level and sub-assembly level for modular robot are given. The errors in modules, sub-assemblies and manipulators are analyzed. The error model between the sub-assemblies and manipulator is given, the combined calibration model and its procedure considering the information of the structures of multiple manipulators is presented. The error model between modules and sub-assembly is given, the combined calibration model and its procedure considering multiple sub-assemblies is presented. Based on the two combined calibration models, a tow-level iterative method for module parameter calibration which can compensate the pose errors of multiple manipulators is presented. The simulation result shows that the calibration method is stable, and the calibration results can achieve the pose accuracy compensation of multiple manipulators effectively.

**Key words :** Modular reconfigurable robot Product of exponential Parameter calibration

## 0 前言

可重构模块化机器人系统 (Reconfigurable modular robot system, RMMS) 是由一系列具有不同功能尺寸特征和一定装配结构的关节、连杆、末端执行器等模块组成的。其中关节模块集成有驱动、

传动、传感器、通信、控制等功能。模块间通过装配实现机械和电气连接, 构成满足不同工作空间和自由度要求的机器人结构<sup>[1-3]</sup>。

位姿精度是机器人的一个重要指标, 影响模块化机器人位姿精度的原因有很多, 如来自生产环节的加工、装配误差, 来自重构过程的装配误差, 来自控制器的控制误差, 来自使用过程的形变和磨损以及其他随机误差。其中来自生产过程的几何参数误差对位姿精度影响最大。当前节省工时的离线编

\* 国家自然科学基金(60905048)和机器人学国家重点实验室自主课题 (RLZ200802)资助项目。20120904 收到初稿, 20130525 收到修改稿

程已成为机器人应用的一个趋势，精确的运动学模型是实现离线编程的必要条件。参数标定是获得准确的运动学模型的一种经济有效的方法<sup>[4-6]</sup>。对于可重构模块化机器人的应用，为了保证机器人的绝对定位精度能够满足使用要求，应在每次完成重构后对模块化机械臂的运动学模型进行误差补偿，可以通过运动学参数标定来实现。机械臂运动学模型的标定有两种思路：在每次重构之后作为普通机械臂进行重新标定，优点是标定技术成熟能有效的补偿末端执行器的位姿误差，缺点是标定工作复杂且需要专业技术人员完成，导致“模块化机器人根据任务实现重构，重构后可以快速的投入使用”的优点失色不少；对机器人的组成模块进行统一的标定，机器人重构后根据各个模块几何参数的“标定值”直接对运动学模型进行修正。优点是可简单快速的提高机器人的位姿精度，缺点是模块参数的标定识别是个繁琐复杂的过程，由使用过程中模块的磨损和形变产生的误差难以进行补偿。由以上的分析可知，两种模块化机器人的标定方法各有优缺点，然而在一些使用模块化机器人的环境中并不具备完成参数标定的条件，同时又要求对重构后的机械臂进行运动学模型的误差补偿，如核工业、外太空等领域，这就使得模块参数的标定成为必须。

目前关于模块化机器人标定的研究较少。YANG 等<sup>[7]</sup>提出了一种基于局部指数积法的模块化机器人运动学参数标定方法，参数标定结果只能对一个经标定机械臂的运动学模型实现位姿误差补偿。YU 等<sup>[8]</sup>给出了一种基于遗传算法和蒙特卡罗算法的混合迭代标定方法，通过在模块化机器人的工作空间、拓扑结构空间的反复迭代实现一组子装配体的参数标定结果对经标定的多个机械臂位姿误差的补偿。文献[7-8]对模块化机器人的标定研究都是基于子装配体的，即对于  $n$  自由度的模块化机械臂仅标定  $6(n+1)$  个参数。对于由关节模块和连杆模块组成的模块化机器人系统，更希望通过一组模块参数的标定结果直接对多个机械臂的运动学模型误差进行补偿。以由  $n$  个单自由度关节模块和  $(n+1)$  个连杆模块构成的  $n$  自由度机械臂为例，需标定参数的个数为  $6(2n+1)$ 。由于需标定参数数量的倍增及模块参数间的相互耦合，使得模块参数的标定成为一项更为复杂的工作，目前为止还少见相关研究。本文就模块参数标定及模块化机械臂运动学模型的误差补偿开展相关研究。

### 1 运动学

模块化机器人系统的关节模块通常提供一个

或多个自由度，连杆模块实现自由度在工作空间的配置。多自由的关节模块可由多个单自由度关节模块和连杆模块组合得到。不失一般性，在本文的研究工作中假设关节模块仅具有一个转动自由度或移动自由度。

#### 1.1 模块数学描述

如图 1 所示，在关节模块的输入接口、输出接口上分别建立输入坐标系(下标 0)和输出坐标系(下标 1)，关节处于零位时输出坐标系相对输入坐标系的位姿可用一个齐次变换矩阵  $T_J$  表示。根据指数积公式<sup>[9]</sup>，关节模块的运动学方程可写成如下形式

$$T_J(\theta) = T_J \exp(\hat{\xi}\theta) \tag{1}$$

式中， $\hat{\xi}$  为关节运动旋量在输出坐标系中的描述。对于转动关节，运动旋量坐标： $\xi = (001000)^T$ ，对于移动关节，运动旋量坐标： $\xi = (000001)^T$ 。

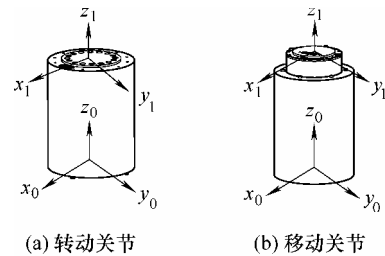


图 1 关节模块

$T_J$  可以改写为某个旋量  $\hat{t}$  的指数形式<sup>[10]</sup>，式(1)可以改写成

$$T_J(\theta) = \exp(\hat{t})\exp(\hat{\xi}\theta) \tag{2}$$

如图 2 所示在连杆模块的输入接口、输出接口上分别建立输入坐标系(下标 0)和输出坐标系(下标 1)，输出坐标系相对于输入坐标系的位姿可以用一个齐次变换矩阵  $T_L$  来表示，可写成某个旋量  $\hat{\eta}$  的指数形式，即

$$T_L = \exp(\hat{\eta}) \tag{3}$$

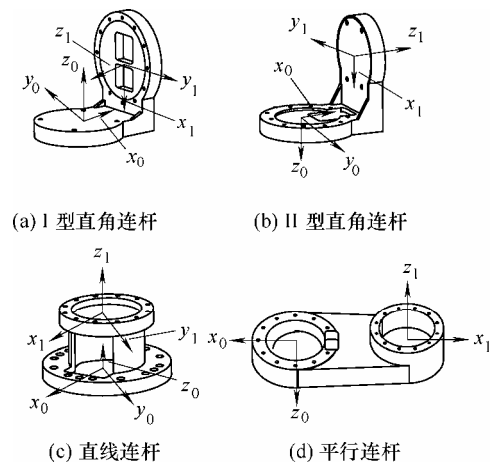


图 2 连杆模块

定义 1: 子装配体: 由连杆模块的输出接口与关节模块的输入接口连接在一起的两个模块形成的装配体称为子装配体。

子装配体组成模块间的装配方位可以用齐次变换矩阵  ${}_L T^J$  表示, 可写成某个旋量  $\hat{\zeta}^\alpha$  的指数形式, 即

$${}_L T^J = \exp(\hat{\zeta}^\alpha) \quad (4)$$

子装配体的运动学方程为

$$T \exp(\hat{\xi}^\theta) = T_L {}_L T^J \exp(\hat{\xi}^\theta) = \exp(\hat{\eta}) \exp(\hat{\zeta}^\alpha) \exp(\hat{\tau}) \exp(\hat{\xi}^\theta) \quad (5)$$

式(5)中  $T$  可写成某个旋量  $\hat{F}$  的指数形式, 即

$$T \exp(\hat{\xi}^\theta) = \exp(\hat{F}) \exp(\hat{\xi}^\theta) \quad (6)$$

连杆模块输入坐标系相对关节模块输出坐标系装配方位的齐次变换矩阵表示也可以写成某个旋量  $\hat{\zeta}^\beta$  的指数形式, 即

$${}_J T^L = \exp(\hat{\zeta}^\beta) \quad (7)$$

## 1.2 机械臂运动学

机械臂末端连杆可认为是自由度为零的特殊子装配体。根据子装配体的定义及模块间装配方位的定义(式(7))可得一个由  $n$  个关节模块和  $(n+1)$  个连杆模块组成的  $n$  自由度机械臂运动学模型

$$f(\theta) = T_1 \exp(\hat{\xi}_1^{\theta_1}) {}_J T_1^L \cdots T_n \exp(\hat{\xi}_n^{\theta_n}) {}_J T_n^L T_{n+1} = \exp(\hat{F}_1) \exp(\hat{\zeta}_1^\beta) \exp(\hat{\zeta}_1^\alpha) \cdots \exp(\hat{F}_n) \times \exp(\hat{\zeta}_n^\beta) \exp(\hat{\zeta}_n^\alpha) \exp(\hat{F}_{n+1}) \quad (8)$$

将式(5)代入式(8)可得基于模块参数信息的机器人运动学模型

$$f(\theta) = \exp(\hat{\eta}_1) \exp(\hat{\zeta}_1^\alpha) \exp(\hat{\tau}_1) \exp(\hat{\xi}_1^{\theta_1}) \exp(\hat{\zeta}_1^\beta) \cdots \times \exp(\hat{\eta}_n) \exp(\hat{\zeta}_n^\alpha) \exp(\hat{\tau}_n) \exp(\hat{\xi}_n^{\theta_n}) \exp(\hat{\zeta}_n^\beta) \times \exp(\hat{\eta}_{n+1}) \quad (9)$$

## 2 误差分析

如式(9)所示, 运动学方程包括连杆模块、关节模块及模块间装配方位的数学描述。由于模块间装配方位的重复精度是可以通过机械结构来保证的, 因此装配方位误差可以看作作为一个恒定值, 在误差分析时归结为关节模块或连杆模块的几何误差。

### 2.1 模块及子装配体误差分析

关节模块的几何误差可被认为仅存在于初始位姿矩阵  $T_J$  上<sup>[7, 11]</sup>, 对式(2)取微分可得关节模块的误差模型

$$\delta T_J(\theta) = \delta(\exp(\hat{\tau}) \exp(\hat{\xi}^\theta)) = \exp(\hat{\tau}) \delta \hat{\tau} \exp(\hat{\xi}^\theta) \quad (10)$$

对式(3)两边取微分可得连杆模块的误差模型

$$\delta T_L = \delta \exp(\hat{\eta}) = \exp(\hat{\eta}) \delta \hat{\eta} \quad (11)$$

式(6)中子装配体的几何误差可认为仅存在于初始位姿矩阵  $T$  上<sup>[7, 11]</sup>, 取微分可得误差模型

$$\delta(T \exp(\hat{\xi}^\theta)) = \exp(\hat{F}) \delta \hat{F} \exp(\hat{\xi}^\theta) \quad (12)$$

### 2.2 机械臂误差分析

基于第 2.1 节的模块误差分析, 对运动学方程式(9)取微分可推导出模块参数误差与末端执行器位姿误差间的映射方程

$$\begin{aligned} (\delta f f^{-1})^\vee = & \left( \delta(A_n \exp(\hat{\eta}_{n+1})) (A_n \exp(\hat{\eta}_{n+1}))^{-1} \right)^\vee = \\ & (\delta \exp(\hat{\eta}_1) \exp(-\hat{\eta}_1))^\vee + \text{Ad}(\exp(\hat{\eta}_1) \exp(\hat{\zeta}_1^\alpha)) \times \\ & (\delta \exp(\hat{\tau}_1) \exp(-\hat{\tau}_1))^\vee + \cdots + \text{Ad}(A_{k-1}) \times \\ & (\delta \exp(\hat{\eta}_k) \exp(-\hat{\eta}_k))^\vee + \text{Ad}(A_{k-1} \exp(\hat{\eta}_k) \exp(\hat{\zeta}_k^\alpha)) \times \\ & (\delta \exp(\hat{\tau}_k) \exp(-\hat{\tau}_k))^\vee + \cdots + \\ & \text{Ad}(A_n) (\delta \exp(\hat{\eta}_{n+1}) \exp(-\hat{\eta}_{n+1}))^\vee \end{aligned} \quad (13)$$

式中,  $\vee$  表示运动旋量到运动旋量坐标的映射;

$A_k = \prod_{i=1}^{i=k} \exp(\hat{\eta}_i) \exp(\hat{\zeta}_i^\alpha) \exp(\hat{\tau}_i) \exp(\hat{\xi}_i^{\theta_i}) \exp(\hat{\zeta}_i^\beta)$ ;  $\text{Ad}$  表示运动旋量在不同坐标系间的伴随变换<sup>[9]</sup>。

式(13)中,  $(\delta \exp(\hat{\eta}) \exp(-\hat{\eta}))^\vee$  的显式表达式为<sup>[12-13]</sup>

$$\begin{aligned} (\delta \exp(\hat{\eta}) \exp(-\hat{\eta}))^\vee = & (\mathbf{I}_6 + \frac{4 - \alpha \sin(\alpha) - 4 \cos(\alpha)}{2\alpha^2} \boldsymbol{\Omega} + \\ & \frac{4\alpha - 5 \sin(\alpha) + \alpha \cos(\alpha)}{2\alpha^3} \boldsymbol{\Omega}^2 + \\ & \frac{2 - \alpha \sin(\alpha) - 2 \cos(\alpha)}{2\alpha^4} \boldsymbol{\Omega}^3 + \\ & \frac{2\alpha - 3 \sin(\alpha) + \alpha \cos(\alpha)}{2\alpha^5} \boldsymbol{\Omega}^4) \delta \boldsymbol{\eta} = \mathbf{K}^\eta \delta \boldsymbol{\eta} \end{aligned} \quad (14)$$

式中,  $\boldsymbol{\eta} = (\boldsymbol{\omega}^\top \quad \mathbf{v}^\top)^\top$ ,  $\alpha = \|\boldsymbol{\omega}\| = (\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2)^{1/2}$ ,

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{pmatrix} \hat{\boldsymbol{\omega}} & \mathbf{0} \\ \hat{\mathbf{v}} & \hat{\boldsymbol{\omega}} \end{pmatrix}.$$

根据式(14), 可将式(13)改写成

$$\begin{aligned} (\delta f f^{-1})^\vee = & \mathbf{K}^{\eta_1} \delta \boldsymbol{\eta}_1 + \text{Ad}(\exp(\hat{\eta}_1) \exp(\hat{\zeta}_1^\alpha)) \mathbf{K}^{\tau_1} \delta \boldsymbol{\tau}_1 + \cdots + \\ & \text{Ad}(A_{k-1}) \mathbf{K}^{\eta_k} \delta \boldsymbol{\eta}_k + \text{Ad}(A_{k-1} \exp(\hat{\eta}_k) \exp(\hat{\zeta}_k^\alpha)) \times \\ & \mathbf{K}^{\tau_k} \delta \boldsymbol{\tau}_k + \cdots + \text{Ad}(A_n) \mathbf{K}^{\eta_{n+1}} \delta \boldsymbol{\eta}_{n+1} \end{aligned} \quad (15)$$

由式(15)可知, 一个  $n$  自由度模块化机械臂由  $n$

个关节模块和 $(n+1)$ 个连杆模块组成,需要识别的参数共计 $6(2n+1)$ 个。运动学模型中模块参数间是相互耦合的,且由几何公差的相关知识可知模块的几何参数误差不是一个固定值,在与不同的模块装配时表现出的误差量间存在的一定的偏差。因此,为了实现模块参数的标定结果对多个机械臂运动学模型误差的补偿,在模块参数标定过程中需要考虑具有不同拓扑结构形式的机械臂<sup>[8]</sup>。比较直接的方法是利用误差模型(式(15))建立机械臂的标定模型,联立多个具有不同装配结构的机械臂标定模型,并通过迭代计算识别出模块参数的标定值。然而由于模块参数间的耦合作用,在识别计算过程中发现模块参数的标定过程通常不能收敛到稳定值。

### 3 模块参数标定

为了实现模块参数标定过程的收敛,笔者给出了一种模块参数的两层式迭代标定方法。

#### 3.1 机械臂联合标定模型

基于第2.1节中子装配体的参数误差分析,对运动学方程(8)取微分可得子装配体与机械臂间的误差模型

$$\begin{aligned}
 (\delta ff^{-1})^\vee &= \\
 & \left( \left( \delta \left( \mathbf{B}_n \exp(\hat{\Gamma}_{n+1}) \right) \left( \mathbf{B}_n \exp(\hat{\Gamma}_{n+1}) \right)^{-1} \right)^\vee \right. \\
 & \left( \delta \exp(\hat{\Gamma}_1) \exp(-\hat{\Gamma}_1) \right)^\vee + \dots + \text{Ad}(\mathbf{B}_{k-1}) \times \\
 & \left( \delta \exp(\hat{\Gamma}_k) \exp(-\hat{\Gamma}_k) \right)^\vee + \dots + \text{Ad}(\mathbf{B}_n) \times \\
 & \left( \delta \exp(\hat{\Gamma}_{n+1}) \exp(-\hat{\Gamma}_{n+1}) \right)^\vee = \\
 & \mathbf{K}_1^T \delta \Gamma_1 + \dots + \text{Ad}(\mathbf{B}_{k-1}) \mathbf{K}_k^T \delta \Gamma_k + \\
 & \dots + \text{Ad}(\mathbf{B}_n) \mathbf{K}_{n+1}^T \delta \hat{\Gamma}_{n+1}
 \end{aligned} \tag{16}$$

式中,  $\mathbf{B}_k = \prod_{i=1}^k \exp(\hat{\Gamma}_i) \exp(\hat{\xi}_i^\theta) \exp(\hat{\xi}_i^\beta)$ 。

误差方程式(16)可以写成矩阵形式

$$\mathbf{y} = \mathbf{h} \mathbf{x} \tag{17}$$

式中

$$\mathbf{y} = (\delta ff^{-1})^\vee = \lg(ff^{-1}) \in \mathbf{R}^6$$

$$\mathbf{x} = (\delta \Gamma_1^T, \dots, \delta \Gamma_n^T, \delta \Gamma_{n+1}^T)^T \in \mathbf{R}^{6(n+1)}$$

$$\mathbf{h} = (\boldsymbol{\mu}_1, \dots, \boldsymbol{\mu}_n, \boldsymbol{\mu}_{n+1}) \in \mathbf{R}^{6 \times 6(n+1)} \quad \boldsymbol{\mu}_1 = \mathbf{K}_1^T$$

$$\boldsymbol{\mu}_k = \text{Ad}(\mathbf{B}_{k-1}) \mathbf{K}_k^T \quad k = 2, 3, \dots, n+1$$

控制机械臂运动到 $m$ 个标定位姿可以得到 $m$ 个矩阵形式的误差方程,联立方程可得机械臂关于子装配体的标定模型

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H} \mathbf{x} \tag{18}$$

式中,  $\mathbf{Y} = (y_1^T \ y_2^T \ \dots \ y_m^T)^T$ ,  $\mathbf{H} = (h_1^T \ h_2^T \ \dots \ h_m^T)^T$ 。

为了实现子装配体的标定结果对不同拓扑结构机械臂位姿误差的补偿,须在参数的识别过程中同时考虑不同的机械臂装配结构。设需标定机械臂的数量为 $K$ ,共包含有不同的子装配体的数量为 $n$ 。联立 $K$ 个式(18)所示标定模型可得机械臂联合标定模型

$$\mathbf{P} = \mathbf{M} \mathbf{N} \tag{19}$$

式中,  $\mathbf{P} = (\mathbf{Y}_1^T \ \mathbf{Y}_2^T \ \dots \ \mathbf{Y}_K^T)^T$ ,  $\mathbf{M} = (\mathbf{m}_1^T \ \mathbf{m}_2^T \ \dots \ \mathbf{m}_K^T)^T$ ,  $\mathbf{N} = \left( \delta(\Gamma_1^*)^T \ \delta(\Gamma_2^*)^T \ \dots \ \delta(\Gamma_n^*)^T \right)^T$ 。

式(19)中,  $\mathbf{N}$ 为待标定拓扑构型中所涉及到的 $n$ 个子装配体的参数误差。比较式(18)、(19)可知第 $i$ 个机械臂的标定方程为

$$\mathbf{Y}_i = \mathbf{H}_i \mathbf{x}_i = \mathbf{m}_i \mathbf{N} \tag{20}$$

标定方程式(19)中的子装配体参数误差值 $\mathbf{N}$ 可以通过最小二乘法求解

$$\mathbf{N} = (\mathbf{M}^T \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}^T \mathbf{P} \tag{21}$$

子装配体参数的标定值可以通过迭代法获得,标定流程如图3所示。

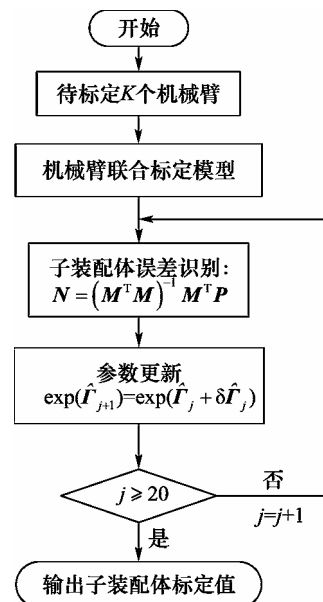


图3 子装配体参数迭代标定流程

#### 3.2 子装配体联合标定模型

根据对子装配体的误差分析,对式(6)取微分可得

$$\left( \delta \left( \mathbf{T} \exp(\hat{\xi}^\theta) \right) \left( \mathbf{T} \exp(\hat{\xi}^\theta) \right)^{-1} \right)^\vee = \left( \delta \exp(\hat{\Gamma}) \exp(-\hat{\Gamma}) \right)^\vee \tag{22}$$

根据对模块的误差分析,对式(5)取微分可得

$$\begin{aligned} & \left( \delta \left( T \exp(\hat{\xi} \theta) \right) \left( T \exp(\hat{\xi} \theta) \right)^{-1} \right)^\vee = \\ & \left( \delta \left( \exp(\hat{\eta}) \exp(\hat{\zeta}^\alpha) \exp(\hat{\tau}) \exp(\hat{\xi} \theta) \right) \times \right. \\ & \left. \left( \exp(\hat{\eta}) \exp(\hat{\zeta}^\alpha) \exp(\hat{\tau}) \exp(\hat{\xi} \theta) \right)^{-1} \right)^\vee = \\ & \left( \delta \exp(\hat{\eta}) \exp(-\hat{\eta}) \right)^\vee + \\ & \text{Ad} \left( \exp(\hat{\eta}) \exp(\hat{\zeta}^\alpha) \right) \left( \delta \exp(\hat{\tau}) \exp(-\hat{\tau}) \right)^\vee = \\ & \mathbf{K}^\eta \delta \boldsymbol{\eta} + \text{Ad} \left( \exp(\hat{\eta}) \exp(\hat{\zeta}^\alpha) \right) \mathbf{K}^\tau \delta \boldsymbol{\tau} \end{aligned} \quad (23)$$

联立式(22)、(23)可得模块与子装配体间的误差模型

$$\begin{aligned} & \left( \delta \exp(\hat{\Gamma}) \exp(-\hat{\Gamma}) \right)^\vee = \\ & \mathbf{K}^\eta \delta \boldsymbol{\eta} + \text{Ad} \left( \exp(\hat{\eta}) \exp(\hat{\zeta}^\alpha) \right) \mathbf{K}^\tau \delta \boldsymbol{\tau} \end{aligned} \quad (24)$$

误差模型式(24)可以写成矩阵的形式

$$\mathbf{u} = \mathbf{E} \mathbf{A} \quad (25)$$

式中  $\mathbf{u} = \left( \delta \exp(\hat{\Gamma}) \exp(-\hat{\Gamma}) \right)^\vee = \lg \left( \exp(\hat{\Gamma}) \exp(-\hat{\Gamma}) \right)$

$$\mathbf{A} = \left( \delta \boldsymbol{\eta}^\top, \delta \boldsymbol{\tau}^\top \right)^\top$$

$$\mathbf{E} = \left( \boldsymbol{\lambda}_1, \boldsymbol{\lambda}_2 \right) \quad \boldsymbol{\lambda}_1 = \mathbf{K}^\eta$$

$$\boldsymbol{\lambda}_2 = \text{Ad} \left( \exp(\hat{\eta}) \exp(\hat{\zeta}^\alpha) \right) \mathbf{K}^\tau$$

子装配体运动学模型中组成模块参数间是相互耦合的，通过标定方程(25)得到的模块参数标定值通常只能补偿对应子装配体的误差。为了实现模块参数的标定结果对多个子装配体误差的补偿，模块参数标定模型的建立过程中应同时考虑多个子装配体的参数信息。

定义 2：关联子装配体：是指可以通过组成模块相互联系在一起的子装配体。如：由同一关节模块与不同连杆模块形成的子装配体，由同一连杆模块与不同的关节模块形成的子装配体皆为关联子装配体。

设由  $n$  个子装配体组成的关联子装配体中包含  $k$  个连杆模块和  $h$  个关节模块，则关联子装配体的标定方程可以通过联立各子装配体标定方程获得

$$\mathbf{U} = \mathbf{L} \mathbf{B} \quad (26)$$

式中， $\mathbf{U} = \left( \mathbf{u}_1^\top \quad \mathbf{u}_2^\top \quad \cdots \quad \mathbf{u}_n^\top \right)^\top$ ， $\mathbf{L} = \left( \mathbf{l}_1^\top \quad \mathbf{l}_2^\top \quad \cdots \quad \mathbf{l}_n^\top \right)^\top$ ，

$$\mathbf{B} = \left( \delta \left( \boldsymbol{\eta}_1^* \right)^\top \quad \cdots \quad \delta \left( \boldsymbol{\eta}_k^* \right)^\top \quad \delta \left( \boldsymbol{\tau}_1^* \right)^\top \quad \cdots \quad \delta \left( \boldsymbol{\tau}_h^* \right)^\top \right)^\top。$$

比较式(25)、(26)可知第  $i$  个子装配体的标定方程为

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{E}_i \mathbf{A}_i = \mathbf{l}_i \mathbf{B} \quad (27)$$

标定方程(26)中的模块参数误差值  $\mathbf{B}$  可以通过最小二乘法求解

$$\mathbf{B} = \left( \mathbf{L}^\top \mathbf{L} \right)^{-1} \mathbf{L}^\top \mathbf{U} \quad (28)$$

模块参数的标定值可以通过迭代法获得，如图 4 所示。

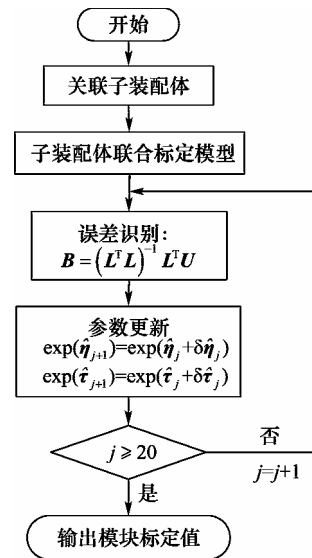


图 4 模块参数迭代标定流程

### 3.3 模块参数两层式迭代标定

一个  $n$  自由度模块化机械臂可标定识别的子装配体个数为  $(n+1)$ 。由于机械臂联合标定模型中子装配体被重复使用，实际需要标定的子装配体的个数小于能够标定的子装配体个数，因此可以实现待标定子装配体参数的标定识别。同理，每个子装配可以标定识别的模块的个数为 2，由于子装配体联合标定模型中模块被重复使用，实际需要标定的模块个数小于能够标定的模块个数，因此可实现待标定模块参数的标定识别。一个由连杆模块和关节模块组成的多机械臂系统，不能直接实现模块参数标定识别的主要原因是约束条件不足。为了增加约束条件，本文结合机械臂联合标定模型和子装配体联合标定模型给出了一种两层式迭代标定方法。标定流程如图 5 所示，外层利用机械臂联合标定模型识别出子装配体误差值，内层利用子装配体联合标定模型识别出与子装配体误差值相对应的模块参数误差值，通过迭代完成模块参数的标定，并根据模块参数的标定结果更新子装配体参数。最终，通过内外层的反复迭代识别出一组可以补偿多机械臂位姿误差的模块参数标定值。标定步骤如下所述。

(1) 分析待标定关节模块与连杆模块间可能组成的子装配体，按照关联子装配体的定义对子装配体进行划分，并根据需要搭建待标定机械臂。

(2) 建立机械臂联合标定模型和子装配联合标

定模型。

(3) 随机生成一组机械臂关节角度，对应的各机械臂位姿作为标定位姿。

(4) 通过理论运动学模型计算标定点上各机械臂的理论位姿，测量标定点上机械臂的实际位姿。

(5) 根据图 5 所示流程，完成模块参数的标定识别。

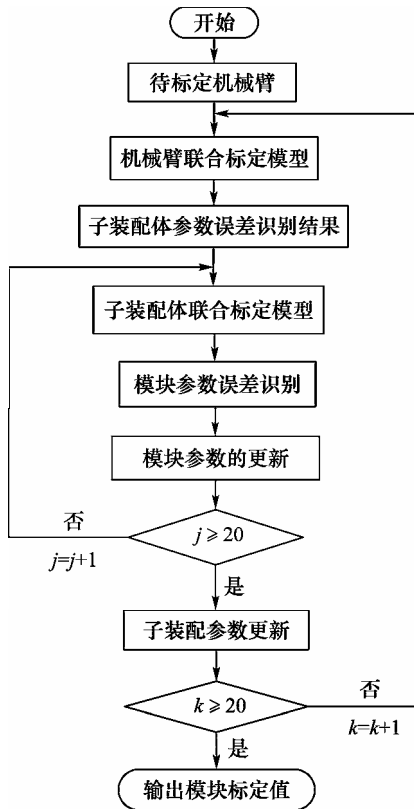


图 5 模块参数的两层式迭代标定流程

### 4 仿真试验

通过仿真试验来验证模块参数的两层式迭代标定法的稳定性和对机械臂位姿误差补偿的有效性。如表 1 所示，仿真试验中共涉及 9 个模块，包含转动关节模块、I 型和 II 型直角连杆模块、平行连杆模块及直线连杆模块。

如表 2 所示，根据关联子装配体的定义可知由大关节模块形成的关联子装配体中包含有 4 个不同的子装配体，分别为：2 个大关节模块与大直线连杆模块形成的 2 个子装配体和 2 个大关节模块与大 I 型直角连杆形成的 2 个子装配体，具有图 6 所示两种拓扑结构形式。由中关节模块形成的关联子装配体中包含有 2 个不同的子装配体，具有图 7 所示两种拓扑结构形式。 $L_{LII-S}^1$ ， $L_{LI-S}^1$  为末端连杆。

表 1 待标定模块

序号	名称	编号	符号
1	大直线连杆	1	$L_{C-L}^1$
2	大 I 型直角连杆	1	$L_{LI-L}^1$
3	大关节	1	$J_{R-L}^1$
4	大关节	2	$J_{R-L}^2$
5	中平行连杆	1	$L_{P-M}^1$
6	中 II 型直角连杆	1	$L_{LII-M}^1$
7	中关节	1	$J_{R-M}^1$
8	小 II 型直角连杆	1	$L_{LII-S}^1$
9	小 I 型直角连杆	1	$L_{LI-S}^1$

表 2 关联子装配体

	$L_{C-L}^1$	$L_{LI-L}^1$	$L_{P-M}^1$	$L_{LII-M}^1$
$J_{R-L}^1$			—	—
$J_{R-L}^2$			—	—
$J_{R-M}^1$	—	—		

在同一个机械臂中每个模块只能出现一次，故大关节关联子装配体中的 4 个子装配体只能有 2 种组合方式，结合 2 种中关节关联子装配体，可得不同装配结构的机械臂的数目： $2 \times 2 = 4$ ，如表 3 所示。具有图 8 所示 2 种拓扑结构形式。

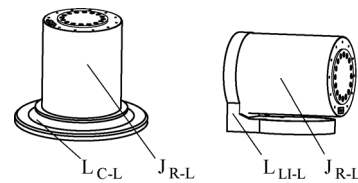


图 6 大关节关联子装配体

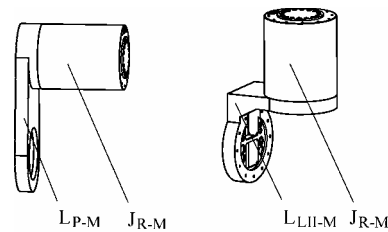


图 7 中关节关联子装配体

表 3 模块化机械臂的 4 种装配结构

序号	连杆	关节	连杆	关节	连杆	关节	连杆
1	$L_{C-L}^1$	$J_{R-L}^1$	$L_{LI-L}^1$	$J_{R-L}^2$	$L_{P-M}^1$	$J_{R-M}^1$	$L_{LII-S}^1$
2	$L_{C-L}^1$	$J_{R-L}^2$	$L_{LI-L}^1$	$J_{R-L}^1$	$L_{P-M}^1$	$J_{R-M}^1$	$L_{LII-S}^1$
3	$L_{C-L}^1$	$J_{R-L}^1$	$L_{LI-L}^1$	$J_{R-L}^2$	$L_{LII-M}^1$	$J_{R-M}^1$	$L_{LI-S}^1$
4	$L_{C-L}^1$	$J_{R-L}^2$	$L_{LI-L}^1$	$J_{R-L}^1$	$L_{LII-M}^1$	$J_{R-M}^1$	$L_{LI-S}^1$

根据对子装配体和机械臂装配结构的分析结果，分别建立子装配体联合标定模型和机械臂联合

标定模型。模块参数的“理论值”为设计参数，长度单位为 mm；随机产生各模块的位置误差矢量和姿态误差矢量，根据矩阵变换获得模块参数的“实际值”，如表 4 所示。根据模块参数的“理论值”和“实际值”计算各个机械臂在标定位姿上末端连杆位姿的“理论值”和“实际值”。将末端连杆位姿的“实际值”作为标定仿真试验中的“测量值”，按照图 5 所示标定流程，完成模块参数的标定。

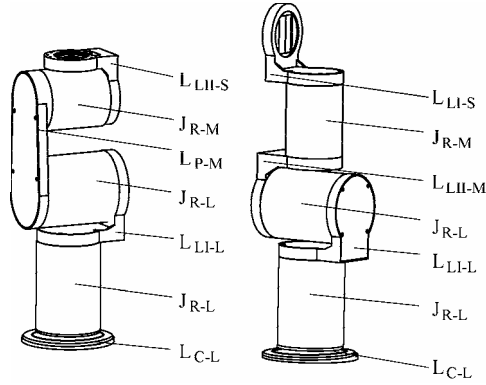


图 8 2 种机械臂拓扑结构

模块参数的标定结果如表 4 所示，可知由于模块参数间的相互耦合，模块参数值的“标定值”并不是模块几何参数的“真实值”。而是一组可以实现机械臂末端连杆位姿误差补偿的模块参数拟合值，幸运的是这也正是进行模块化机器人模块参数标定研究的目的。

在各机械臂的工作空间内分别随机产生 50 组测试位姿，根据模块参数的“理论值”，“实际值”和“标定值”分别建立运动学模型，作为理论模型、实际模型和标定后模型。根据各运动学模型，完成标定结果对误差补偿效果的测试。表 5 为 50 个测试位姿上各机械臂末端连杆位姿的“理论值”和“标定值”与“实际值”间误差矢量的模。可知误差补偿后各末端连杆的位置误差和姿态误差的平均值和最大值都得到了明显的降低，模块参数的标定结果能够明显地提高各机械臂运动学模型的精度。

表 4 模块几何参数标定结果

符号	理论值	实际值	标定值
$L_{C-L}^1$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5.0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0.0027 & 0.0031 & 0.013 \\ -0.0027 & 1 & -0.0015 & 0.034 \\ -0.0031 & 0.0015 & 1 & 5.025 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0.0060 & 0.0035 & -0.026 \\ -0.0059 & 1 & -0.0049 & 0.382 \\ -0.0036 & 0.0049 & 1 & 4.977 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$L_{LI-L}^1$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 85.0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 99.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.0021 & -0.0011 & -1 & 84.987 \\ -0.0023 & -1 & 0.0011 & -0.036 \\ -1 & 0.0023 & -0.0021 & 99.488 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.0026 & -0.0061 & -1 & 85.018 \\ 0.0055 & -1 & 0.0061 & -0.518 \\ -1 & -0.0055 & -0.0026 & 99.630 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$J_{R-L}^1$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 170.0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -0.0012 & 0.0032 & -0.022 \\ 0.0012 & 1 & -0.0011 & 0.002 \\ -0.0032 & 0.0011 & 1 & 170.001 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -0.0060 & 0.0027 & -0.060 \\ 0.0060 & 1 & 0.0023 & 0.233 \\ -0.0028 & -0.0023 & 1 & 169.948 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$J_{R-L}^2$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 170.0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -0.0021 & -0.0012 & 0.023 \\ 0.0021 & 1 & -0.0020 & 0.017 \\ 0.0012 & 0.0020 & 1 & 170.019 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -0.0069 & -0.0017 & -0.015 \\ 0.0069 & 1 & 0.0014 & 0.250 \\ 0.0016 & -0.0014 & 1 & 169.966 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$L_{P-M}^1$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & -180.0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -0.0027 & -0.0033 & -180.010 \\ -0.0027 & 1 & 0.0015 & -0.031 \\ 0.0033 & 0.0015 & -1 & -0.027 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -0.0030 & -0.0006 & -179.996 \\ -0.0030 & 1 & 0.0012 & -0.741 \\ 0.0006 & 0.0012 & -1 & 0.055 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$L_{LI-M}^1$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 99.5 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -85.0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.0021 & 0.0012 & 1 & 99.512 \\ -0.0020 & -1 & 0.0012 & -0.031 \\ 1 & -0.0020 & -0.0021 & -85.023 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.0048 & 0.0044 & 1 & 99.432 \\ -0.0056 & -1 & 0.0045 & 0.442 \\ 1 & -0.0057 & -0.0048 & -84.849 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$J_{R-M}^1$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 143.0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -0.0024 & -0.0022 & -0.016 \\ 0.0024 & 1 & -0.0018 & 0.002 \\ 0.0022 & 0.0018 & 1 & 143.004 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -0.0005 & 0.0005 & 0.380 \\ 0.0005 & 1 & -0.0015 & 0.228 \\ -0.0005 & 0.0015 & 1 & 142.921 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(续)

符号	理论值	实际值	标定值
$L_{LII-S}^I$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 71.5 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 89.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.0031 & -0.0015 & -1 & 71.478 \\ 0.0027 & -1 & -0.0015 & -0.034 \\ -1 & -0.0027 & -0.0031 & 89.486 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.0031 & -0.0033 & -1 & 71.478 \\ 0.0027 & -1 & 0.0033 & -0.163 \\ -1 & -0.0027 & -0.0031 & 89.647 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$L_{LI-S}^I$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 89.5 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -71.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0.0021 & -0.0008 & 1 & 89.514 \\ -0.0022 & -1 & -0.0008 & -0.034 \\ 1 & -0.0022 & 0.0021 & -71.519 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0.0021 & -0.0016 & 1 & 89.514 \\ -0.0022 & -1 & -0.0016 & -0.102 \\ 1 & -0.0022 & 0.0021 & -71.440 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

表 5 位姿精度补偿的测试结果

编号		补偿前误差		补偿后误差	
		平均值	最大值	平均值	最大值
1	姿态/rad	0.009	0.014	$1.758 \times 10^{-6}$	$1.758 \times 10^{-6}$
	位置/mm	2.222	4.125	$5.775 \times 10^{-4}$	$5.775 \times 10^{-4}$
2	姿态/rad	0.006	0.010	$9.883 \times 10^{-6}$	$9.884 \times 10^{-6}$
	位置/mm	1.675	2.874	0.003	0.003
3	姿态/rad	0.009	0.017	$8.569 \times 10^{-6}$	$8.569 \times 10^{-6}$
	位置/mm	3.124	5.688	0.002	0.003
4	姿态/rad	0.007	0.015	$1.306 \times 10^{-5}$	$1.306 \times 10^{-5}$
	位置/mm	2.236	3.915	0.003	0.003

## 5 结论

(1) 本文就模块化机器人组成模块的统一标定来实现具有不同装配结构的机械臂运动学模型的误差补偿问题开展研究。建立了关节模块、连杆模块、子装配体及机械臂的误差模型。给出用于子装配体标定的可考虑多个机械臂的联合标定模型；给出用于模块参数标定的可考虑多个子装配体的联合标定模型。

(2) 基于机械臂联合标定模型和子装配体联合标定模型，给出了一种用于模块参数标定的可考虑多种机械臂装配结构的两层式迭代标定方法，避免了直接通过模块与机械臂间的误差模型建立的联合标定模型在标定计算中不能收敛的问题。

(3) 通过一个由 9 个模块组成的模块化机器人系统的标定仿真试验，验证了两层式迭代标定法的稳定性及对具有多种装配结构的模块化机械臂位姿误差补偿的有效性。

### 参 考 文 献

[1] CHEN I M, GAO Yan. Closed-form inverse kinematics solver for reconfigurable robots[C]// Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics and Automation, May 21-26, 2001, Seoul, Korea. 2001 :

2395-2400.

[2] 刘明尧, 谈大龙, 李斌. 可重构模块化机器人现状和发展[J]. 机器人, 2001, 23(3): 275-278.  
LIU Mingyao, TAN Dalong, LI Bin. Status and development of reconfigurable modular robots[J]. Robot, 2001, 23(3): 275-278.

[3] 徐超. 可重构机器人研究的现状和展望[J]. 华中科技大学学报, 2004, 32(增): 32-34.  
XU Chao. The recent state and development of the research on reconfigurable robot[J]. Journal of Huazhong University of Science & Technology, 2004, 32(Suppl.): 32-34.

[4] CHEN Heping, FUHLBRIGGE T, CHOI S, et al. Practical industrial robot zero offset calibration[C]// Proceeding of the 4th IEEE Conference on Automation Science and Engineering, August 2008, Washington DC, USA. 2008: 516-521.

[5] MEGGIOLARO M A, DUBOWSKY S. An analytical method to eliminate the redundant parameters in robot calibration[C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics & Automation, April, 2000, San Francisco, CA, US, 2000: 3609-3615.

[6] MUSTAFA S K, TAO P Y, YANG Guilin, et al. A geometrical approach for online error compensation of industrial manipulators[C]// IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, July 6-9, 2010, Montréal, Canada, 2010: 738-743.

[7] YANG Guilin, CHEN I M. A novel kinematic calibration algorithm for reconfigurable robotic systems[C]// Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Robotics and Automation, April, New Mexico. 1997: 3197-3202.

[8] LIN Y, XI F, MOHAMED R P, et al. Calibration of modular reconfigurable robots based on a hybrid search method[J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2010, 132(6): 1-8.



- [9] MURRAY R M ,LI Zexiang ,SASTRY S S. A mathematic introduction to robotic manipulation[M]. Florida : CRC Press , 1994.
- [10] PARK F C. Computational aspects of the product-of-exponentials formula for robot kinematics[J]. IEEE Transactions on Automatic Control , 1994 , 39(3) : 644-647.
- [11] CHEN I M , YANG Guilin , TAN C T , et al. Local POE model for robot kinematic calibration[J]. Mechanism and Machine Theory , 2001 , 36(11) : 1215-1239.
- [12] HE Ruibo , ZHAO Yingjun , YANG Shunian , et al. Kinematic-parameter identification for serial-robot calibration based on POE formula[J]. IEEE Transactions on Robotics , 2010 , 26(3) : 411-423.
- [13] SELIG J M. Geometric fundamentals of robotics[M]. New York : Springer Science Business Media Incorporated , 2005.

---

作者简介：高文斌(通信作者)，男，1983 年出生，博士研究生。主要研究方向为机器人机构学。

E-mail : gaowenbin@sia.cn

王洪光，男，1965 年出生，研究员，博士研究生导师。主要研究方向为机器人机构学，特种机器人及机电一体化技术。

E-mail : hgwang@sia.cn