

DOI: 10.13973/j.cnki.robot.2015.0277

## 基于环形镜面的相机外部参数自动标定方法

付生鹏<sup>1,2</sup>, 赵吉宾<sup>1</sup>, 夏仁波<sup>1</sup>, 刘伟军<sup>1</sup>

(1. 中国科学院沈阳自动化研究所, 辽宁 沈阳 110016; 2. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘要:** 针对相机外部参数标定中参照物不在相机视野范围内的情况, 提出了一种基于环形镜面的相机外部参数自动标定方法. 使用半径已知的环形镜面作为反射中介, 相机通过镜面反射获得参照物的图像; 椭圆检测获得镜面内外圆在相平面中的方程, 使用外圆方程计算出镜面在相机坐标系中的位置, 然后使用内圆进行位置参数优化; 在已知相机内部参数的情况下, 通过解决 PnP (perspective-n-point) 问题获得相机的虚像和参照物之间的旋转平移矩阵; 根据平面镜成像原理, 最终计算出相机与参照物之间的实际外部参数; 最后通过仿真和实际实验, 证明该方法简单易用, 可自动完成相机外部参数的标定, 并且具有较高的标定精度.

**关键词:** 相机标定; 外部参数; 环形镜面; 参数优化

**中图分类号:** TP752.1

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1002-0446(2015)-03-0277-09

## Annular Mirror Based Extrinsic Camera Automatic Calibration

FU Shengpeng<sup>1,2</sup>, ZHAO Jibin<sup>1</sup>, XIA Renbo<sup>1</sup>, LIU Weijun<sup>1</sup>

(1. Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** Aiming at the extrinsic camera calibration with respect to a reference object without a direct view, an annular mirror based automatic calibration method is proposed. The camera captures the images of the reference object through the reflection of a known-radius annular mirror. The equations of the inner and outer circles of the mirror in the image plane can be obtained with ellipse detection method. The equation of the outer circle is used to get the position of the mirror surface in the coordinate frame of the camera, while the inner circle is used to optimize the position parameter. The rotation and translation matrices between the virtual image of the camera and the reference object can be obtained after solving the PnP (perspective-n-point) problem as the intrinsic parameter of the camera is already known. Finally, the real extrinsic parameters between the camera and the reference object are obtained according to the mirror imaging principle. Simulation and real experiment results show that the method is simple and automatic with high accuracy.

**Keywords:** camera calibration; extrinsic parameter; annular mirror; parameter optimization

### 1 引言 (Introduction)

相机的外部参数标定是计算机视觉技术研究的基本问题之一, 具有十分广泛的应用. 例如在基于计算机视觉的机器人导航中, 需要标定出相机与基准坐标系的位置参数; 在人机交互、镜面体表面 3 维重建中, 则需要获得显示器上的像素点在相机坐标系中的位置坐标.

当参照物在相机视野范围内时, 相机可直接拍摄参照物的图像, 如果参照物上点的坐标已知, 通过解决 PnP (perspective-n-point) 问题, 可以直接获得相机相对参照物的位置参数. 但是在多数情况下, 相机并不能直接观察参照物, 这时需要在相机

视野范围内放置一个镜面, 使相机能通过镜面反射来观察参照物的位置.

在利用镜面反射完成相机外部参数标定时, 通常使用的镜面主要有平面镜和球面镜两种. 文 [1-5] 对使用平面镜标定相机外参进行了研究, 其中 Bonfort<sup>[1]</sup> 等使用平面镜对相机和显示器的相对位置进行了标定, 用于镜面体的表面 3 维测量, 平面镜需要至少移动 3 次位置, 在得到相机 3 次虚像的位置后, 根据相机实际位置的不变性, 对外参进行标定; Funk<sup>[2]</sup> 等则通过在平面镜上粘贴棋盘格的方法获得镜面在相机坐标系下的位置, 只需拍摄 1 次镜面的反射图像即可完成标定, 但是显然棋盘格会对镜面产生遮挡, 并且其自身的厚度影响

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (51375476).

通信作者: 赵吉宾, jbzhaosia.cn 收稿/录用/修回: 2014-07-14/2014-11-12/2015-01-27

标定精度; Kumar<sup>[3]</sup>等则对多个没有共同视域的相机外参标定进行了研究,使用平面镜反射位置固定的标定模板以获得相机之间的相对位置关系,每个相机的标定都需要移动平面镜5次以上,根据位置参数关于镜面对称的约束关系计算实际位置参数; Takahashi<sup>[4]</sup>等提出了基于正交约束的相机外参标定方法,该方法只需已知参照物上的3个点,平面镜也只需移动3次位置.使用平面镜进行相机外参标定最大的缺点在于相机在移动过程中存在退化的情况<sup>[3-4]</sup>,并且受到光线传播方向的限制,平面镜可移动的角度和位置较少,使得在很多情况下标定十分困难.文[6-8]则使用球面镜完成了相机外参标定, Francken<sup>[6-7]</sup>等使用格雷码对显示器上的像素点进行逐一编码,使用球面镜进行反射,通过椭圆识别获得球面镜的位置,标定过程中球面镜至少移动2次位置; Agrawal<sup>[8]</sup>提出了基于球面镜的标定方法,只需进行1次拍摄,而且不需要通过检测球面获得球面镜的位置,正如 Agrawal 指出的,使用球面镜进行外参标定时,球面镜的加工精度和半径对标定结果有着直接影响,球面镜的直径越大,获得的标定参数越精确,但是球面镜的加工难度也就越大,这极大限制了该方法的应用.此外, Nitschke<sup>[9]</sup>等利用眼球表面与镜面相似的反射作用对相机和显示器的位置进行了标定,但该方法标定精度较差,只适用于人机交互等对精度要求较低的场景.

在分析现有标定方法优缺点的基础上,本文提出了一种基于环形平面镜的相机外参标定方法.与其他基于普通平面镜或球面镜的标定方法相比,该方法具有以下优点:(1)只需拍摄1次环形镜面的位置,即可标定出相机的外参,使得该方法简单易行,节省了标定时间;(2)采用环形镜面,可以直接获得镜面在相机坐标系中的位置参数,避免了使用普通平面镜进行外参标定时存在的退化问题;(3)先使用环形镜面的外圆进行镜面参数计算,再使用内圆进行参数优化,提高了标定精度.由于环形镜面与球形镜面相比,其加工简单且精度更高,因此本文的方法具有较高的实用性.

## 2 几何分析 (Geometry analysis)

在对相机进行外参标定时,由于球面镜加工较困难,精度难以保证,因此通常使用平面镜进行标定.使用平面镜对参照物进行反射,相机获得的图像是参照物在镜面中的虚像.根据镜面成像的原

理,无论是相机还是参照物,其在平面镜中所成的像都关于平面镜所在的平面对称.如图1所示,相机的坐标原点设在光心处, $z$ 轴沿光轴方向,图中使用棋盘格代表参照物.通过对图1的分析,可以得出以下结论:

- (1) 若相机坐标系和参照物坐标系采用右手系,那么2个坐标系在镜面中的虚像都符合左手系;
- (2) 物体上的点与虚像中对应点的连线与镜面垂直.

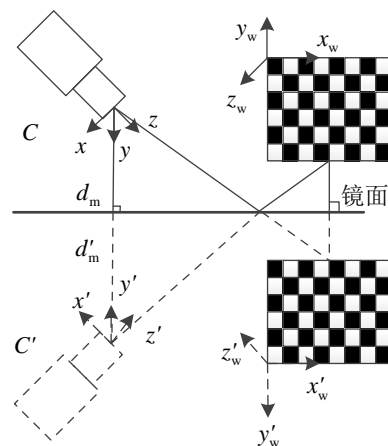


图1 平面镜成像

Fig.1 Planar mirror imaging

本文使用如图2所示的一种环形平面镜对相机进行标定.该镜面表面为平面,其外径 $R_c$ 和内径 $r_c$ 已知.此时相机可以通过镜面获得参照物的像,若参照物上的点的坐标已知,通过解决PnP问题,可以获得相机相对于参照物虚像(或者相机在镜面中的虚像相对于参照物)的旋转平移向量.若此时能得到环形镜面所在平面的位置参数,那么可以通过镜面对称原理计算参照物的实际位置.因此标定过程中,镜面位置的精确获取是进行外部参数标定的关键.因此本文将在第3节对镜面位置的高精度获取进行说明.

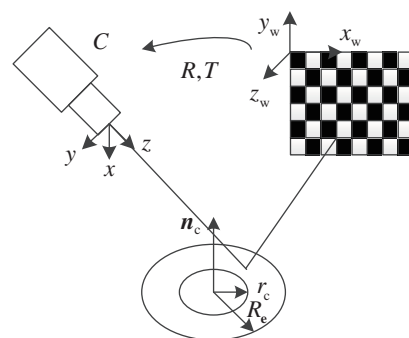


图2 标定装置示意图

Fig.2 Calibration setup

### 3 镜面位置的计算 (Computation of the position of the mirror)

#### 3.1 基于圆形的镜面位置参数计算

根据透视变换原理, 空间中一个圆在相平面上成像为椭圆, 于是图 3 所示的环形镜面的内外两个圆  $c_1$  和  $c_2$  在相平面上的投影为两个椭圆  $e_1$  和  $e_2$ . 若从相机的光心  $o$  出发, 经过两个椭圆  $e_1$  和  $e_2$  上的点, 可以得到 2 组射线, 形成 2 个斜圆锥<sup>[10]</sup>, 如图 3 所示, 图中  $N$  为镜面所在平面的法向. 在已知相机内部参数的情况下, 可获得圆平面与相机坐标系之间的位置关系<sup>[11-13]</sup>.

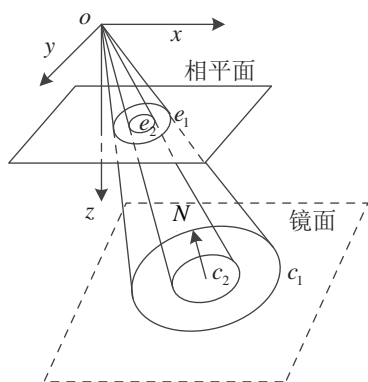


图 3 环形镜面成像示意图

Fig.3 Imaging of the annular mirror

只考虑环形镜面的外圆  $c_1$  及其在像平面的投影椭圆  $e_1$ , 设坐标系原点在相机光心, 焦距为  $f$ ,  $z$  轴方向沿光轴的方向, 如图 4 所示. 通过椭圆检测可以获得该椭圆在相机坐标系下的方程为

$$\begin{cases} ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dx + 2ey + p = 0 \\ z = f \end{cases} \quad (1)$$

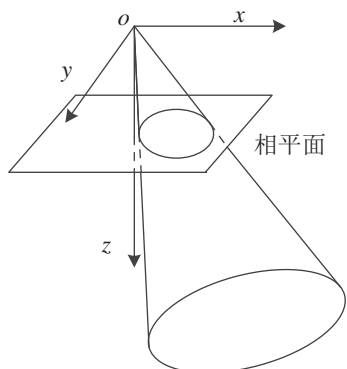


图 4 相机坐标系

Fig.4 Camera coordinate system

于是以椭圆为基底、以光心为顶点的斜圆锥在相机坐标系下的方程为

$$af^2x^2 + cf^2y^2 + pz^2 + 2bf^2xy + 2dfxz + 2efyz = 0 \quad (2)$$

将上面的方程表示为矩阵相乘的形式

$$[x \ y \ z]Q[x \ y \ z]^T = 0 \quad (3)$$

其中,

$$Q = \begin{bmatrix} af^2 & bf^2 & df \\ bf^2 & cf^2 & ef \\ df & ef & p \end{bmatrix}$$

设环形镜面所在平面方程为

$$lx + my + nz = q \quad (4)$$

表示为矩阵形式为

$$[l \ m \ n][x \ y \ z]^T = q \quad (5)$$

其中  $l^2 + m^2 + n^2 = 1$ , 即此时平面的法向量为单位向量,  $q$  为坐标原点到平面的距离.

于是求取镜面在相机坐标系下的位置参数的问题就转化为求式 (4) 所示的平面, 该平面与斜圆锥面相交时交线为半径为  $R_c$  的圆.

为简化计算过程, 需要进行两次坐标系的转换, 使得坐标系的  $Z$  轴与镜面垂直, 以方便镜面方程的求解. 当进行坐标系的转换时, 坐标原点仍然在相机光心处, 因此每次坐标系转换之间相差 1 个旋转矩阵. 首先进行第 1 次坐标转换:

$$[x \ y \ z]^T = R_1[x' \ y' \ z']^T \quad (6)$$

其中  $R_1$  为旋转矩阵, 若矩阵  $Q$  的特征值为  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ , 那么  $R_1$  可表示为

$$R_1 = \begin{bmatrix} r_{1x} & r_{2x} & r_{3x} \\ r_{1y} & r_{2y} & r_{3y} \\ r_{1z} & r_{2z} & r_{3z} \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中  $[r_{ix} \ r_{iy} \ r_{iz}]^T$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 为特征值  $\lambda_i$  对应的特征向量.

根据式 (3) 和 (6), 转换后的圆锥曲面方程为

$$[x' \ y' \ z']R_1^TQR_1[x' \ y' \ z']^T = 0 \quad (8)$$

化简后即:

$$[x' \ y' \ z'] \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} [x' \ y' \ z']^T = 0$$

式 (4) 所示平面方程转换为以下形式:

$$Lx' + My' + Nz' = q$$

其中:

$$[L \ M \ N] = [l \ m \ n] \mathbf{R}_1 \quad (9)$$

$$L^2 + M^2 + N^2 = 1 \quad (10)$$

此时, 坐标系  $x'y'z'$  的  $z'$  轴通过圆锥的中心轴, 如图 5 所示.

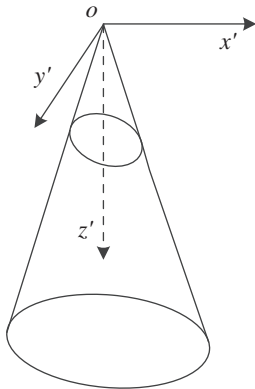


图 5 第 1 次转换后的坐标系

Fig.5 Coordinate after the first transformation

经过第 1 次坐标系转换后, 圆锥方程得到了简化, 但镜面方程并没有得到简化, 因此需要进行第 2 次坐标转换:

$$[x' \ y' \ z']^T = \mathbf{R}_2 [X \ Y \ Z]^T \quad (11)$$

$$\mathbf{R}_2 = \begin{bmatrix} -\frac{M}{\sqrt{L^2 + M^2}} & -\frac{LN}{\sqrt{L^2 + M^2}} & L \\ \frac{L}{\sqrt{L^2 + M^2}} & -\frac{MN}{\sqrt{L^2 + M^2}} & M \\ 0 & \sqrt{L^2 + M^2} & N \end{bmatrix}$$

此时转换后的坐标系  $XYZ$  的  $Z$  轴垂直于镜面所在平面, 如图 6 所示, 此时镜面方程转换为

$$Z' = q \quad (12)$$

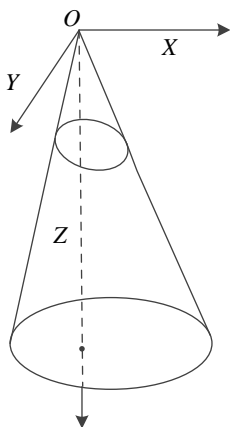


图 6 第 2 次转换后的坐标系

Fig.6 Coordinate after the second transformation

将式 (11) 和式 (12) 代入式 (8) 中, 可以得到平面与圆锥曲面交线方程为

$$[X \ Y \ q] \mathbf{R}_2^T \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} \mathbf{R}_2 \begin{bmatrix} X \\ Y \\ q \end{bmatrix} = 0 \quad (13)$$

经过化简后可得到如下形式的方程:

$$AX^2 + BXY + CY^2 + DX + EY + F = 0 \quad (14)$$

其中:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\lambda_1 M^2 + \lambda_2 L^2}{L^2 + M^2} \\ B &= \frac{2LMN(\lambda_1 - \lambda_2)}{L^2 + M^2} \\ C &= \frac{2L^2 N^2 + \lambda_2 M^2 N^2 + \lambda_3 (L^2 + M^2)^2}{L^2 + M^2} \\ D &= \frac{2pLM}{\sqrt{L^2 + M^2}} \\ E &= \frac{2pN(-\lambda_1 L^2 - \lambda_2 M^2 + \lambda_3 (L^2 + M^2))}{\sqrt{L^2 + M^2}} \\ F &= p^2(\lambda_1 L^2 + \lambda_2 M^2 + \lambda_3 N^2) \end{aligned}$$

若此时方程 (14) 表示的曲线为圆, 那么必然有  $A = C$ ,  $B = 0$ , 于是有:

$$\frac{\lambda_1 M^2 + \lambda_2 L^2}{L^2 + M^2} = \frac{2L^2 N^2 + \lambda_2 M^2 N^2 + \lambda_3 (L^2 + M^2)^2}{L^2 + M^2} \quad (15)$$

$$\frac{2LMN(\lambda_1 - \lambda_2)}{L^2 + M^2} = 0 \quad (16)$$

式 (10)、(15)、(16) 组成有 3 个未知数的方程组, 不失一般性, 设  $\lambda_1 > 0$ ,  $\lambda_2 > 0$ ,  $\lambda_3 < 0$ , 根据  $\lambda_1, \lambda_2$  的大小关系可以得到如下解:

(1) 当  $\lambda_1 = \lambda_2$  时,  $L^2 + M^2 = 0$ , 此时镜面垂直于  $Z$  轴,  $L = 0$ ,  $M = 0$ ,  $N = 1$ .

(2) 当  $\lambda_1 < \lambda_2$  时,

$$L = 0, \quad M = \pm \sqrt{\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_3}}, \quad N = \sqrt{\frac{\lambda_1 - \lambda_3}{\lambda_2 - \lambda_3}}$$

(3) 当  $\lambda_1 > \lambda_2$  时,

$$L = \pm \sqrt{\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_3}}, \quad M = 0, \quad N = \sqrt{\frac{\lambda_2 - \lambda_3}{\lambda_1 - \lambda_3}}$$

在  $xyz$  坐标系下的平面方程参数  $l, m, n$  可以通过式 (9) 计算, 此时得到的平面方程的解有 2 个, 也就是得到的平面方程有 2 个. 但是根据平面方程计算出的相机外参有一个很明显不符合实际情况, 因此可

以方便地进行排除. 坐标原点到平面方程的距离  $q$  可以通过下式计算:

$$q = \frac{k_1 R_c}{\sqrt{k_2^2 + k_3^2 - k_1 k_4}} \quad (17)$$

其中

$$\begin{aligned} k_1 &= \lambda_1 r_{1x}^2 + \lambda_2 r_{2x}^2 + \lambda_3 r_{3x}^2 \\ k_2 &= \lambda_1 r_{1x} r_{1z} + \lambda_2 r_{2x} r_{2z} + \lambda_3 r_{3x} r_{3z} \\ k_3 &= \lambda_1 r_{1y} r_{1z} + \lambda_2 r_{2y} r_{2z} + \lambda_3 r_{3y} r_{3z} \\ k_4 &= \lambda_1 r_{1z}^2 + \lambda_2 r_{2z}^2 + \lambda_3 r_{3z}^2 \end{aligned}$$

$R_c$  为镜面外圆的半径. 圆平面在坐标系  $XYZ$  下的圆心为

$$\begin{aligned} X_0 &= -\frac{k_2}{k_1} q \\ Y_0 &= -\frac{k_3}{k_1} q \\ Z_0 &= q \end{aligned}$$

在相机坐标系  $xyz$  下的圆心坐标可通过下式计算:

$$[x_0 \ y_0 \ z_0]^T = \mathbf{R}_2 \mathbf{R}_1 [X_0 \ Y_0 \ Z_0]^T \quad (18)$$

通过上面的计算, 最终可以得到环形镜面在相机坐标系下的法向  $(l, m, n)$ , 到原点的距离  $q$  以及圆心坐标  $(x_0, y_0, z_0)$ .

### 3.2 参数优化

对于镜面的内圆  $c_2$  来说, 同样可以通过上述方法计算镜面方程. 但此时已经根据环形镜面的外圆得到了镜面在相机坐标系中的位置参数, 为使计算得到的位置参数更加精确, 使用内圆  $c_2$  进行反投影, 对获得的参数进行优化.

由于圆  $c_2$  与圆  $c_1$  位于同一平面内, 且具有共同的圆心, 根据计算得到的平面参数方程, 可以得出圆  $c_2$  的方程为

$$\begin{cases} (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = r^2 \\ lx + my + nz = q \end{cases} \quad (19)$$

圆心  $(x_0, y_0, z_0)$  同样位于平面  $lx + my + nz = q$  上, 其中  $l^2 + m^2 + n^2 = 1$ . 因此平面方程可转换为

$$l(x-x_0) + m(y-y_0) + n(z-z_0) = 0 \quad (20)$$

于是空间圆  $c_2$  的参数方程可以表示为

$$\begin{cases} x = x_0 + r \frac{m}{\sqrt{l^2 + m^2}} \cos \theta + r \frac{ln}{\sqrt{l^2 + m^2}} \sin \theta \\ y = y_0 - r \frac{l}{\sqrt{l^2 + m^2}} \cos \theta + r \frac{mn}{\sqrt{l^2 + m^2}} \sin \theta \\ z = z_0 - r \sqrt{l^2 + m^2} \sin \theta, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{cases} \quad (21)$$

根据计算得到的相机内参, 将圆  $c_2$  上的点  $(x, y, z)$  反投影到图像平面, 得到一个椭圆的轮廓, 此时进行椭圆拟合可获得反投影之后的椭圆方程.

将投影得到的椭圆与实际检测得到的椭圆进行误差检测. 将两个椭圆均用参数方程表示, 两个椭圆上对应点之间的误差为

$$M(\theta) = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2} \quad (22)$$

当所有点的误差值最小时, 即:

$$\min_{\theta=0}^{2\pi} M(\theta) \quad (23)$$

此时的镜面方程的参数值即是经过优化的参数值. 使用 Levenberg-Marquardt 方法<sup>[14]</sup> 对式 (23) 进行优化.

## 4 外部参数计算 (Computation of the extrinsic parameters)

相机可以通过镜面反射观察到参照物在镜面中的虚像, 若以参照物坐标系为世界坐标系, 在已知相机内部参数的情况下, 通过解决 PnP 问题<sup>[15]</sup> 很容易获得参照物的虚像和相机之间的旋转矩阵  $\mathbf{R}'$  和平移矩阵  $\mathbf{T}'$ . 此时得到的相机到参照物虚像之间的旋转平移矩阵可等同于相机在镜面内的虚像到实际参照物坐标系的旋转平移矩阵. 因此需要根据镜面的位置来计算相机的实际位置参数. 相机实际物体在镜面中的位置变换可根据下式计算:

$$\mathbf{R} = (\mathbf{I} - 2\mathbf{n}_c \mathbf{n}_c^T) \mathbf{R}' \quad (24)$$

$$\mathbf{T} = (\mathbf{I} - 2\mathbf{n}_c \mathbf{n}_c^T) \mathbf{T}' + 2q\mathbf{n}_c \quad (25)$$

其中  $\mathbf{I}$  为单位矩阵,  $\mathbf{n}_c$  为镜面的法向,  $q$  为镜面到相机坐标系原点的距离. 通过式 (24)、(25) 可计算出相机的实际位置与参照物的旋转平移矩阵.

综上所述, 使用环形镜面的相机与参照物的外部参数标定过程如下:

- (1) 首先使用 Zhang<sup>[16]</sup> 的方法对相机进行标定, 获得相机的内部参数;
- (2) 将环形镜面放置在相机视野范围内, 调整镜面的位置, 使得相机能通过镜面反射拍摄参照物的像;
- (3) 进行椭圆检测, 获得环形镜面内外圆在像平面中投影椭圆的方程, 根据 3.1 节所述方法使用外圆方程计算环形镜面在相机坐标系下的位置参数;
- (4) 根据 3.2 节使用镜面内圆对镜面的位置参数进行优化;

(5) 使用第4节方法计算相机和参照物的外部参数.

标定流程如图7所示.

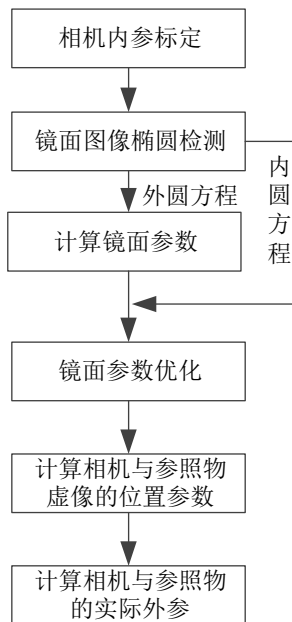


图7 标定流程图

Fig.7 Calibration process

### 5 实验 (Experiments)

#### 5.1 仿真实验

设计了仿真实验对所述的标定算法进行模拟计算, 实验时设定所需进行外部参数标定的相机的分辨率为  $640 \times 480$  像素, 相机的内部参数设为

$$K = \begin{bmatrix} 720 & 0 & 320 \\ 0 & 720 & 240 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

相机与参照物坐标系之间的旋转向量和平移向量分别设为

$$R = [-1.0849 \quad 0.3399 \quad -0.5071]$$

$$T = [-100 \quad -40 \quad -40]$$

环形镜面圆心为  $(-12, -14, 252)$ , 外圆半径为  $R_c = 45 \text{ mm}$ , 内圆半径为  $r_c = 12 \text{ mm}$ , 所在平面法向为  $n = [-0.8351 \quad -0.0180 \quad -0.5498]$ . 将以上设定的参数作为基准数据, 与仿真实验得出的数据进行比较.

在进行仿真实验时, 加入不同水平的高斯噪声作为实际拍摄过程的模拟, 并研究了噪声对标定结果的影响. 若将旋转平移矩阵分别表示为向量形式:

$$R = [r_1 \quad r_2 \quad r_3], \quad T = [t_1 \quad t_2 \quad t_3]$$

在加入不同水平的噪声时, 计算得到的旋转和平移向量与基准值之间的百分比误差分别如图9和图10所示, 从图中可以看出当噪声在1.2个像素以内时, 其百分比误差保持在3%以内, 验证了该方法的可靠性.

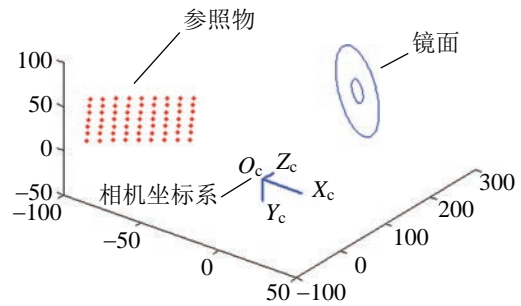


图8 仿真实验位置关系图

Fig.8 Positions in the simulation experiment

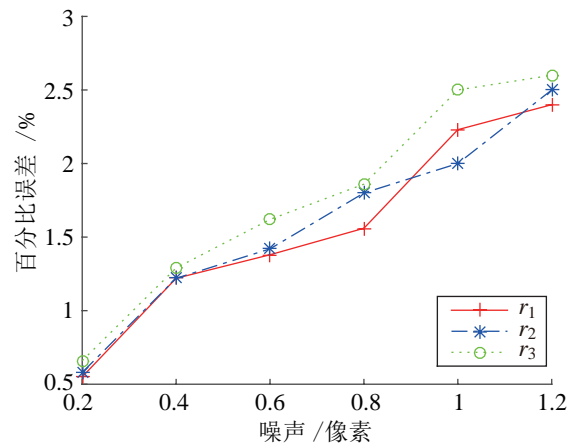


图9 旋转向量百分比误差

Fig.9 Percentage errors of the rotation vector

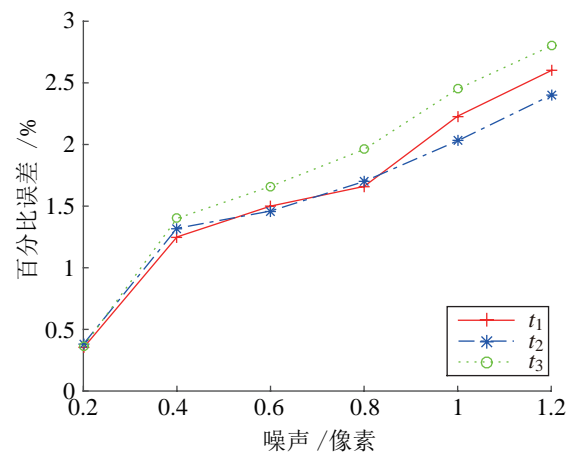


图10 平移向量百分比误差

Fig.10 Percentage errors of the translation vector

#### 5.2 实际实验

实际实验使用3.5英寸标准硬盘盘片作为环形镜面. 盘片外圆半径为  $R_c = 47.498 \text{ mm}$ , 内圆半

径为  $r_c = 12.500\text{ mm}$ , 同时使用 LCD 显示器投影棋盘格作为参照物, 显示器分辨率为  $1280 \times 1024$ , 显示器像素点距为  $0.264\text{ mm}$ . 使用的相机为 Nikon D7000, 拍摄时分辨率设定为  $2464 \times 1632$ , 经过标定得出相机内部参数为

$$K = \begin{bmatrix} 2607.33 & 0 & 1230.55 \\ 0 & 2608.04 & 853.03 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

畸变系数  $k_c$  为

$$k_c = [-0.09090 \quad 0.06863 \quad 0.00126 \quad 0.00015 \quad 0.00000]$$

实验装置如图 11 所示.

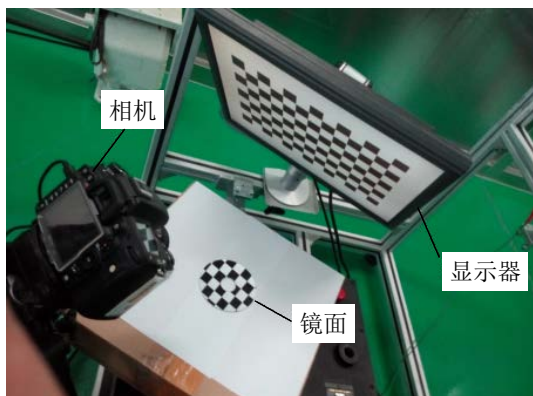


图 11 实验装置  
Fig.11 Experiment setup

标定时, 首先在显示器上投影与拍摄背景相反的颜色, 以方便环形镜面的检测<sup>[17]</sup>. 椭圆检测的结果如图 12 所示. 然后在显示器上投影大小为  $11 \times 9$  的棋盘格作为参照物坐标系, 其相邻角点距离为 80 个像素.



图 12 椭圆检测  
Fig.12 Ellipse detection

通过椭圆检测, 获得镜面在图像坐标系中的方程, 按照第 3 节所述的方法, 计算镜面所在平面在相机坐标系下的参数. 然后通过拍摄的棋盘格的图像, 计算相机的虚像相对参照物的旋转平移矩阵, 图 13 为角点检测的结果. 最后根据第 4 节所述方法计算相机和参照物之间的位置参数, 标定结果如图 14 所示.

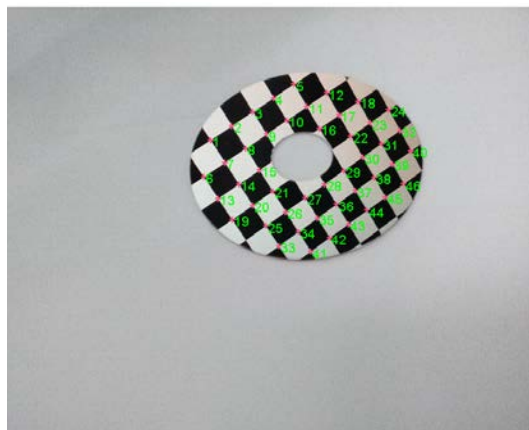


图 13 角点检测  
Fig.13 Corners detection

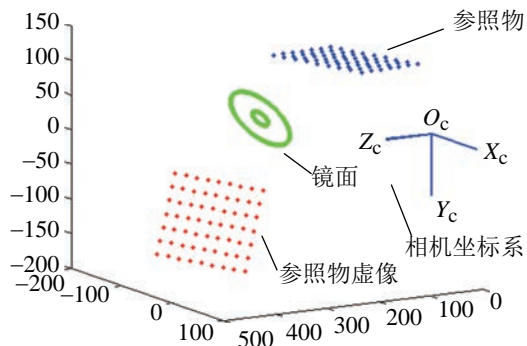


图 14 实验结果示意图  
Fig.14 Experiment result

由于没有基准数据可以作为参照, 为验证标定结果的准确性, 分别使用文 [4] 和文 [8] 的方法对相机和显示器的位置进行了标定实验, 将其结果与本文的方法进行了比较, 如表 1 所示, 从表中数据可以看出, 使用本文方法与文 [4] 和文 [8] 所述方法得到的标定结果相近, 并且反投影误差为 0.38 个像素, 优于其他两种方法, 说明本文方法具有较高的精度. 表中还加入了只使用环形镜面外圆进行计算, 未使用内圆进行参数优化的实验 (第 5 行). 结果表明未进行参数优化时得到的外部参数与进行优化后的参数相比偏差较大, 并且反投影误差大于 2 个像素, 说明使用内圆进行参数优化提高了标定结果的精度.

表1 不同标定方法结果比较

Tab.1 Calibration results of different methods

标定方法	旋转向量	平移向量/mm	反投影误差/像素
文[4]	(1.1286, -1.2960, -1.1123)	(-140.4653, -93.3251, 57.1655)	1.03
文[8]	(1.1100, -1.3520, -1.1986)	(-143.3346, -95.1005, 58.4510)	0.76
本文方法	(1.1014, -1.3172, -1.2185)	(-141.9429, -94.4605, 57.2111)	0.38
本文方法(未参数优化)	(1.3100, -1.2520, -1.869)	(-160.1213, -80.2265, 50.7752)	2.26

表2 镜面不同角度时的标定结果

Tab.2 Calibration results with different angles of the mirror

镜面法向	旋转向量	平移向量/mm
(0.2922, 0.4838, 0.8250)	(1.1021, -1.3240, -1.2232)	(-140.9514, -94.4251, 57.2154)
(0.1175, 0.2761, 0.9539)	(1.1084, -1.3235, -1.2241)	(-142.1025, -94.5901, 56.8920)
(-0.0748, 0.4620, 0.8837)	(1.1076, -1.3191, -1.2206)	(-141.9564, -95.2103, 58.8415)
(0.1240, 0.7345, 0.6672)	(1.1061, -1.3154, -1.2158)	(-142.3455, -94.4025, 57.5871)

保持相机和显示器的相对位置不变, 调整镜面的角度, 如图15所示. 计算镜面不同角度下的相机外参, 结果如表2所示, 从表中可以看出, 当环形镜面的角度不同时, 标定得出的旋转平移矩阵保持稳定, 从而验证了该标定方法的稳定性.

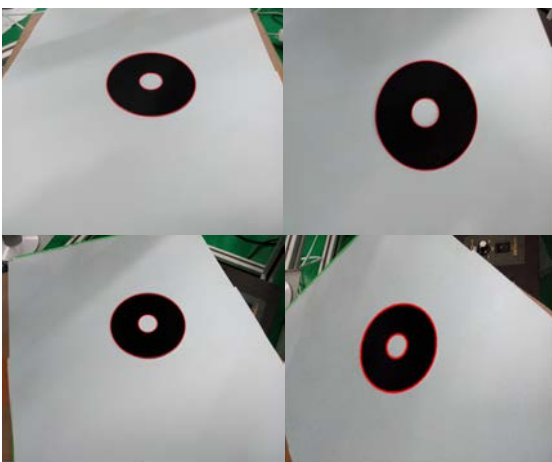


图15 处于不同角度的镜面

Fig.15 Mirrors under different angles

此外, 当需要对多个相机与共同的参照物进行外参标定时, 可将环形镜面置于多个相机的共同视野内, 使用文[18]提供的方法, 可实现多相机外参的快速标定.

## 6 结论 (Conclusion)

针对参照物不在相机视野范围内的情况, 本文提出了一种基于环形镜面的相机外部参数自动标定方法. 该方法在以下几个方面作出了改进:

(1) 使用环形镜面可以直接获得镜面在相机坐标系下的位置参数, 只需拍摄1次即可进行标定,

既克服了使用普通平面镜存在退化情况的缺点, 又节省了标定时间.

(2) 首先使用镜面外圆计算镜面位置参数, 然后再使用内圆反投影进行参数优化, 使得到的参数更加精确. 同时, 镜面位置的识别可自动完成, 整个标定过程无需人工参与, 降低了标定的复杂度.

(3) 环形镜面的加工比球形镜面容易, 且可加工精度更高, 使得标定工具的获取更加方便.

但是由于环形镜面形状的特殊性, 在反射某些形状的参照物时, 相机可能无法获取参照物的完整虚像, 这也是采用该方法的主要缺点.

经过仿真和实际实验证明, 该标定方法简单易行, 可实现参照物不在相机视野范围内时相机外参的自动标定, 标定结果稳定且精度高, 具有较高的实用性.

## 参考文献 (References)

- [1] Bonfort T, Sturm P, Gargallo P. General specular surface triangulation[M]//Lecture Notes in Computer Science, vol.3852. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2006: 872-881.
- [2] Funk N, Yang Y H. Using a raster display for photometric stereo [C]//4th Canadian Conference on Computer and Robot Vision. Piscataway, USA: IEEE, 2007: 201-207.
- [3] Kumar R K, Ilie A, Frahm J M, et al. Simple calibration of non-overlapping cameras with a mirror[C]//IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway, USA: IEEE, 2008: 1-7.
- [4] Takahashi K, Nobuhara S, Matsuyama T. A new mirror-based extrinsic camera calibration using an orthogonality constraint [C]//IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway, USA: IEEE, 2012: 1051-1058.
- [5] 付生鹏, 赵吉宾, 夏仁波, 等. 基于平面镜的相机-显示器快速标定方法[J]. 仪器仪表学报, 2013, 34(12): 2770-2776.



- Fu S P, Zhao J B, Xia R B, et al. Fast mirror-based camera-screen calibration method[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2013, 34(12): 2770-2776.
- [6] Francken Y, Hermans C, Bekaert P. Screen-camera calibration using a spherical mirror[C]//4th Canadian Conference on Computer and Robot Vision. Piscataway, USA: IEEE, 2007: 11-20.
- [7] Francken Y, Hermans C, Bekaert P. Screen-camera calibration using gray codes[C]//Canadian Conference on Computer and Robot Vision. Piscataway, USA: IEEE, 2009: 155-161.
- [8] Agrawal A. Extrinsic camera calibration without a direct view using spherical mirror[C]//IEEE International Conference on Computer Vision. Piscataway, USA: IEEE, 2013: 2368-2375.
- [9] Nitschke C, Nakazawa A, Takemura H. Display-camera calibration from eye reflections[C]//12th International Conference on Computer Vision. Piscataway, USA: IEEE, 2009: 1226-1233.
- [10] Safaei-Rad R, Tchoukanov I, Smith K C, et al. Three-dimensional location estimation of circular features for machine vision[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1992, 8(5): 624-640.
- [11] Chen Q, Wu H Y, Wada T. Camera calibration with two arbitrary coplanar circles[M]//Lecture Notes in Computer Science, vol.3023. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2004: 521-532.
- [12] Kim J S, Kim H W, Kweon I S. A camera calibration method using concentric circles for vision applications[C]//5th Asian Conference on Computer Vision. Clayton, Australia: Asian Federation of Computer Vision Soc., 2002: 515-520.
- [13] Abad F, Camahort E, Vivo R. Camera calibration using two concentric circles[M]//Lecture Notes in Computer Science, vol. 3211. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2004: 688-696.
- [14] Moré J J. The Levenberg-Marquardt algorithm: Implementation and theory[C]//Proceedings of the Biennial Conference on Numerical Analysis. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1978: 105-116.
- [15] Lepetit V, Moreno-Noguer F, Fua P. Epnp: An accurate O(n) solution to the PnP problem[J]. International Journal of Computer Vision, 2009, 81(2): 155-166.
- [16] Zhang Z. Flexible camera calibration by viewing a plane from unknown orientations[C]//7th IEEE International Conference on Computer Vision. Piscataway, USA: IEEE, 1999: 666-673.
- [17] Ahn S J, Rauh W, Warnecke H-J. Least-squares orthogonal distances fitting of circle, sphere, ellipse, hyperbola, and parabola[J]. Pattern Recognition, 2001, 34(12): 2283-2303.
- [18] Su J. Camera calibration based on receptive fields[J]. Pattern Recognition, 2007, 40(10): 2837-2845.

#### 作者简介:

付生鹏 (1985-), 男, 博士. 研究领域: 计算机视觉测量.

赵吉宾 (1970-), 男, 博士, 研究员. 研究领域: 复杂曲面加工与检测.

(上接第 276 页)

- [12] Tsai R Y. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses[J]. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1987, 3(4): 323-344.
- [13] Hartley R, Zisserman A. Multiple view geometry in computer vision[M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2003.
- [14] Zhang Z. A flexible new technique for camera calibration[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelli-

gence, 2000, 22(11): 1330-1334.

#### 作者简介:

刘佳君 (1987-), 男, 博士生. 研究领域: 机器视觉, 机械臂控制.

孙振国 (1971-), 男, 博士, 副教授, 博士生导师. 研究领域: 光机电一体化技术与应用系统, 成形装备与自动化, 焊接工艺及设备.