

Selective Ensemble Simulate Meta-model Based-on Global Optimize Strategy

Jian Tang¹, Dong Li¹, Wen-rong Zheng², Qiu-mei Cong³, and Zhuo Liu⁴

¹ Research Institute of Computing Technology, Beijing Jiaotong University, Beijing, China (tjian001@126.com)

² College of Electronic Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan, China (Wzhengwuhan@163.com)

³ Department of Information Service & Intelligent Control, Shenyang Institute of Automation Chinese Academy of Sciences, Shenyang, China (congqiumei@sia.cn)

⁴ Research Center of Automation, Northeastern University, Shenyang, China (liuzhuo@ise.neu.edu.cn)

Abstract—The increment of model complexity and size has been bottle neck of improve simulation system analyze emulation effective and decision maker cognize complex system. One of the effective methods to solve this problem is to replace complex physical model with simple simulate meta-model. Aim at slowly modeling speed and difficulty to effective updating problem using traditional neural network and other machine learning based simulate meta-model algorithm, and lower modeling accurate and generalization et al problems, a new global optimization based selective ensemble strategy is proposed in this paper, and single-hidden layer feed-forward networks with random weights (SLFNrw) is used to construct simulate meta-model. At first, simulate meta-modeling technology using in complex system simulation is analyzed. Then, global optimization based selective ensemble SLFNrw simulate meta-modeling strategy and algorithm are clarified in detail. At last, synthetic function and benchmark data are used to test the proposed algorithm. The results show the proposed algorithm can obtain well trade-off between modeling accuracy and speed, which can be widely used in complex system analysis based on simulation.

Keywords—Selective ensemble modeling, extreme learning machine, simulate meta-modeling

基于全局优化策略选择集成仿真元模型

汤健¹ 李东¹ 郑文荣² 丛秋梅³ 刘卓⁴

¹北京交通大学计算技术研究所, 北京, 中国

²海军工程大学电子工程学院, 武汉, 湖北, 中国

³中国科学院沈阳自动化研究所信息服务与智能控制技术研究室, 沈阳, 辽宁, 中国

⁴东北大学自动化研究中心, 沈阳, 辽宁, 中国

摘要 模型复杂度和规模的不断增加已经成为提高模拟系统分析仿真效率和高层决策者认知复杂系统行为的瓶颈之一。采用仿真元模型替代复杂物理模型是解决该问题的有效方法。针对基于传统神经网络等机器学习的仿真元建模方法建模速度慢、难以有效进行模型更新, 以及单一模型仿真元建模方法精度低、泛化性差等问题, 本文提出了基于全局优化的选择集成建模策略, 并将随机权重单隐层前馈网络(SLFNrw)用于建立仿真元建模。本文首先对复杂系统模拟中的仿真元模型技术进行了分析, 然后给出了基于全局优化策略选择集成 SLFNrw 的仿真元建模方法, 最后采用合成数据和 Benchmark 数据进行了算法测试。仿真结果表明该方法可以在建模精度和速度间获得较佳的均衡, 在基于仿真的复杂系统分析中具有广阔的应用前景。

关键词 复杂系统建模, 分析仿真, 仿真元建模, 选择性集成, 基于随机权重的单隐层前馈网络

中国博士后科学基金资助项目 (资助号: 2013M532118, 2013M530953, 2013M541820)

1. 引言

目前, 模拟仿真在复杂系统的设计、开发、性能评估等过程中广泛应用。这些复杂系统往往需要建立大量的不同层次的、不同分辨率的模型, 需要底层仿真为高层仿真提供数据和模型支持, 如武器装备体系作战能力的仿真评估就是这种跨层次多分辨率建模的典型应用^[1]。仿真模型复杂程度的不断提高和仿真规模的不断扩大, 导致了仿真模型的精确性与运行效率之间的矛盾, 增加了高层决策者理解系统行为的难度。采用高层次的低分辨率模型有助于提高决策者对复杂系统的认知能力, 也是对复杂系统中大量不确定条件进行探索性分析的需要。通常我们难以得到有效的低分辨率模型, 这一问题促使了人们对仿真元模型(Simulate meta-model)的深入研究^[2]。研究仿真元模型在复杂系统分析中的应用具有重要的实用价值。建立集成仿真元模型可以提高单一仿真元模型的泛化性。基于优化技术建立的选择性集成仿真元模型具有更简洁的模型结构、更快的建模速度和建模精度。由于先验知识的缺乏, 很难在仿真元模型建立之初得到完备的建模样本空间, 模型更新很有必要。结合具体应用问题, 系统开展仿真元模型选择性集成建模方法研究具有重要理论和实践意义。

基于神经网络的仿真元模型以适用性强、具有高度并行处理能力等特点得到了广泛的重视^[3], 但神经网络建模采用经验风险最小化(ERM)原则, 容易过拟合。受模拟系统复杂性高、仿真实验耗时费力等因素的限制, 通常采用小样本数据建模^[4]。支持向量机回归(SVR)模型采用结构风险最小化(SRM)原则, 适用于小样本数据建模, 精度较高^[5], 但核类型、核参数、惩罚参数等模型学习参数的选择一直是个难以有效解决的问题。文献[6]提出了采用基于贝叶斯框架小样本机器学习理论的相关向量机(RVR)建立仿真元模型, 并提出了基于优化算法的多核 RVR 元建模方法^[7], 但是该方法中的先验概率分布难以合理确定, 模型学习参数难以实现全局最优。Schmidt 等人提出了随机权重单隐层前馈网络(SLFNrw)^[8]。该网络随机选择隐含层权重, 采用广义逆技术训练输出层, 不进行同层处理单元的联接和不同层间的反馈联接, 因此具有远快于BPNN (back propagation neural networks)网络的学习速度。

集成建模方法可以提高模型的泛化性、有效性及可信度。文献[9]最早给出了基于子模型加权平均的广义集成方法(GEM)具有不差于基于子模型简单平均的基本集成方法(BEM)和最佳子模型的建模性能, 并定义了的相关系数阵和计算最优权重的方法。针对难以采用解析法求解最优权重的难题, 文[10]提出了采用遗传算法(GA)求解的选择性

集成BPNN的GASEN建模方法。文献[11]对集成建模中的偏置-方差困境进行了分析, 将集成误差分解为偏置-方差-协方差三项, 并指出子模型间的协方差代表了子模型间的多样性; 同时分析了负相关学习(NCL)与多样性-建模精度间均衡的关系, 进行基于多目标优化进化算法的选择性集成建模方法的研究。文献[12]提出采用优化技术综合考虑集成模型多样性、集成子模型及子模型合并策略等关键因素的选择性集成神经网络用于回归建模, 并基于遗传算法和模拟退火算法实现了上述过程。以上方法均未从全局优化的角度考虑如何进行选择性集成建模, 也未结合学习速度更快的建模算法并应用到仿真元建模问题中。

综上, 本文结合GASEN和SLFNrw方法, 提出了基于全局优化的选择集成SLFNrw仿真元建模策略和算法, 并采用标准测试函数和Benchmark数据进行了实验研究, 验证了方法有效性。

2. 建模策略与方法

选择性集成仿真元建模就是通过采集复杂系统物理模型产生的输入输出数据建立选择性集成数据驱动模型的过程, 实质是优选训练子集划分参数, 集成子模型及其建模参数、数量、加权算法、加权系数等参数的过程。本文提出的基于全局优化的选择性集成建模策略分为训练子集划分、子模型构建、子模型选择、子模型合并、集成参数调整5个模块, 如图1所示。

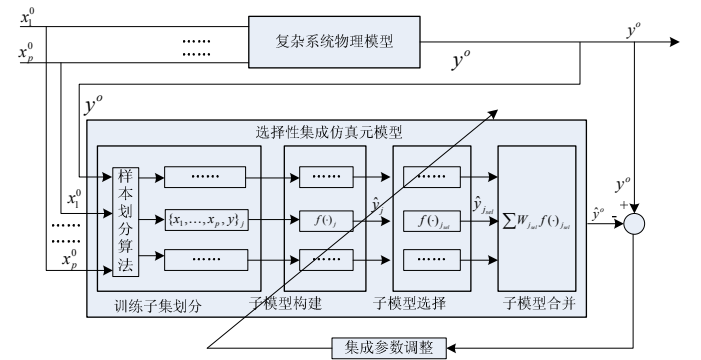


图1 基于全局优化的选择集成基于随机权重的单隐层前馈网络仿真元建模策略

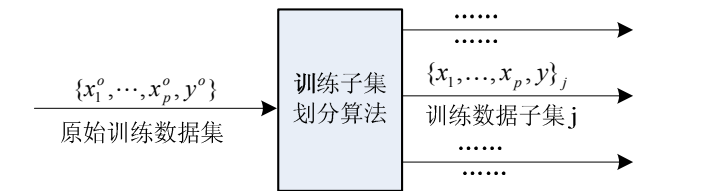


图2 训练子集划分模块的输入输出关系

图 1 中, $\{x_1^o, \dots, x_p^o\}$ 和 y^o 分别表示复杂系统物理模型的输入和输出, 也是用于建立选择性集成仿真元模型的数据集; $\{x_1, \dots, x_p, y\}_j$ 表示在训练子集划分模块中采用训练样本划分算法产生的第 j 个训练子集; $f(\cdot)_j$ 表示在子模型构建模块中采用第 j 个训练子集构建的基于 SLFNrw 建模算法的候选子模型; $f(\cdot)_{j_{sel}}$ 表示在子模型选择模块中采用优化算法选择的第 $j_{sel}th$ 个集成子模型; $\sum w_{j_{sel}} f(\cdot)_{j_{sel}}$ 表示在子模型合并模块中采用加权算法对集成子模型进行合并; \hat{y}_j 、 $\hat{y}_{j_{sel}}$ 和 \hat{y} 本别表示第 j 个候选子模型、第 $j_{sel}th$ 个集成子模型和选择性集成模型的输出。

2.1 训练子集划分模块

研究表明, 可以通过增加子模型间的差异度提高集成模型的预测精度。常用采用不同训练子集增加子模型间差异度的方法有: 训练样本重新采样、操纵输入特征、操纵输出特征、注入随机性等方式。本为采用 Bootstrap 算法对训练样本重新采样的方式产生训练子集, 该模块的输入输出如图 2 所示。

由图 2 可知, 训练子集划分模块的输入为原始训练数据集 $\{x_1^o, \dots, x_p^o, y^o\}$, 输出为 J 个训练数据集, 其中第 j 个训练子集表示为 $\{x_1, \dots, x_p, y\}_j$ 。

2.2 子模型构建模块

基于随机权重的单隐层前馈网络(SLFNrw)的隐含层单元输出可以表示为:

$$\mathbf{o}_{hidden} = F_{SLFNrw}(\mathbf{M}^T \mathbf{x}) \quad (1)$$

其中, \mathbf{M} 和 \mathbf{x} 是随机权重的输入向量; F_{SLFNrw} 表示将 \mathbf{x} 映射到新的特征空间的非线性函数。其输出层可以表示为:

$$\mathbf{O}_{output} = \sum w_{SLFNrw} \mathbf{o}_{hidden} = \mathbf{W}_{SLFNrw}^T \mathbf{O}_{hidden} \quad (2)$$

其中, w_{SLFNrw} 表示输出权重。

则 SLFNrw 算法可以表示为:

$$\mathbf{O}_{net}(\mathbf{x}) = \sum w_{SLFNrw} F_{SLFNrw}(\mathbf{M}^T \mathbf{x}) + w_{hidden+1} \quad (3)$$

采用广义逆技术求解输出权重, 可得:

$$\mathbf{W}_{SLFNrw} = (\mathbf{O}_{hidden}^T \mathbf{O}_{hidden})^{-1} \mathbf{O}_{hidden}^T \mathbf{Y} \quad (4)$$

本文中, 针对每个训练子集均采用 SLFNrw 网络建立一个候选子模型, 共 J 个。将第 j 个候选子模型表示为:

$$\hat{y}_j = f(\{L, \mathbf{O}_{hidden}, \mathbf{W}_{SLFNrw}\}_j) \quad (5)$$

该候选子模型的输入为 $\{x_1, \dots, x_p\}_j$, 输出 \hat{y}_j ;

$\{L, \mathbf{O}_{hidden}, \mathbf{W}_{SLFNrw}\}_j$ 表示模型参数。

2.3 子模型选择模块

由上可知, SLFNrw 模型算法的输出与隐含层的输出权重相关, 输入层权重的随机初始化造成模型输出的稳定性较差。采用集成建模方法可以提高模型预测结果的模型稳定性。文献[9]建立了混合神经网络集成模型, 并定义了相关系数矩阵和计算最优权重的方法, 但实际上难以直接采用 Lagrange 乘法求解最优权值。本文采用文[10]中的基于遗传算法(GA)的选择性集成方法优选集成子模型。将候选子模型构建模块获取的每个子模型均做为 GA 算法寻优的一个个体。以第 j 个候选子模型为例, 首先计算基于验证数据集的候选子模型的预测误差, 如下式所示:

$$e_j^v = \hat{y}_j^v - y^v = f(\{x_1^v, \dots, x_p^v\})_j - y^v \quad (6)$$

其中, $\{x_1^v, \dots, x_p^v\}$ 表示验证数据集, y^v 表示验证数据集的真值, \hat{y}_j^v 和 e_j^v 分别表示验证数据集基于第 j 个候选子模型的预测输出和预测误差。依据候选子模型验证验证样本误差, 计算得到子模型预测误差相关系数矩阵:

$$E_{cor} = \begin{bmatrix} e_{11}^v & e_{12}^v & \dots & e_{1J}^v \\ e_{21}^v & e_{22}^v & \dots & e_{2J}^v \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_{J1}^v & e_{J1}^v & \dots & e_{JJ}^v \end{bmatrix} \quad (7)$$

计算个体适应度:

$$F_{it}(j) = \frac{1}{E_j^v} \quad (8)$$

其中, E_j^v 表示候选子模型基于验证数据对集成模型的泛化误差。

对于 J 个候选子模型随机生成 J 个权向量, 结合公式(6)-(8)采用 GAOT toolbox^[13]作为求解工具, 输出 J 个候选子模型的最优权重。将最优权重值与设定的候选子模型选择阈值进行比较, 将大于设定阈值的候选子模型选择为集成子模型。此处将第 $j_{sel}th$ 个集成子模型记为:

$$\hat{y}_{j_{sel}} = f(\{L, \mathbf{O}_{hidden}, \mathbf{W}_{SLFNrw}\}_{j_{sel}})_{j_{sel}} \quad (9)$$

该候选子模型的输入为 $\{x_1, \dots, x_p\}_{j_{sel}}$, 输出 $\hat{y}_{j_{sel}}$;

$\{L, \mathbf{O}_{hidden}, \mathbf{W}_{SLFNrw}\}_{j_{sel}}$ 表示模型参数。

2.4 子模型合并模块

集成建模方法用于函数估计时, 常用的子模型集成方法有简单平均集成、多元线性回归集成及加权或非加权的集成等方法。本文采用简单加权平均的方法, 即加权系数为 $1/J_{sel}$ 。选择性集成模型的输出 \hat{y}^o 如下式表示:

$$\hat{y}^o = \sum_{j_{sel}=1}^{J_{sel}} w_{j_{sel}} \hat{y}_{j_{sel}} = \frac{1}{J_{sel}} \sum_{j_{sel}=1}^{J_{sel}} f(\{L, \mathbf{O}_{hidden}, \mathbf{W}_{SLFNrw}\}_{j_{sel}})_{j_{sel}} \quad (10)$$

其中, $\hat{y}_{j_{sel}}$ 表示基于第 j_{sel} th 集成子模型的输出。

2.5 集成参数调整模块

以选择性集成模型的验证数据集均方根误差最小为准则, 建立选择性集成仿真元模型的过程可以表述为如下全局优化问题:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad E_{\text{rmse}} &= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left((y^o)^k - \sum_{j_{sel}=1}^{J_{sel}} w_{j_{sel}} \hat{y}_{j_{sel}}^k \right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left((y^o)^k - \sum_{j_{sel}=1}^{J_{sel}} w_{j_{sel}} (f(\{L, \mathbf{O}_{hidden}, \mathbf{W}_{SLFNrw}\}_{j_{sel}})_{j_{sel}})^k \right)^2} \\ \text{s.t.} \quad \sum_{j_{sel}=1}^{J_{sel}} w_{j_{sel}} &= 1, 0 \leq w_{j_{sel}} \leq 1 \quad 1 < j_{sel} < J_{sel}, 1 < J_{sel} \leq J \end{aligned} \quad (11)$$

其中, E_{rmse} 表示选择性集成模型的均方根误差 (RMSE); k 表示验证样本集的数量; j_{sel} 表示选择的子模型的编号; J_{sel} 表示选择的集成子模型的数量; $w_{j_{sel}}$ 表示选择的集成子模型的数量。

上述优化问题的求解涉及到训练子集划分、子模型构建、子模型选择、子模型合并、集成参数 5 个模块, 涉及到的模型参数包括训练子集划分方法、训练子集的数量 (即候选子模的数量, 遗传算法中个体数量)、集成子模型选择阈值、SLFNrw 模型中隐含层节点的个数和激活函数类型、遗传算法的相关参数等。如何从全局的角度对各个模块的参数进行优化求解是目前需要解决的难点。本文采用集合经验和网格寻优的方法选择模型参数。

3. 仿真实验

3.1 测试函数

采用如下测试函数生成用于仿真实验的数据:

$$\begin{cases} x_1 = t^2 - t + 1 + \Delta_1 \\ x_2 = \sin(t) + \Delta_2 \\ x_3 = t^3 + t + \Delta_3 \\ x_4 = t^3 + t^2 + 1 + \Delta_4 \\ x_5 = \sin t + 2t^2 + 2 + \Delta_5 \\ y = x_1^2 + x_1 x_2 + 3 \cos x_3 - x_4 + 5x_5 + \Delta_6 \end{cases} \quad (12)$$

其中, $t \in [-1, 1]$; $\Delta_{i_{sy}}$ 为噪声, 其分布范围为 $[-0.1, 0.1]$, 其中 $i_{sy} = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ 。数据分布在 C1、C2、C3 和 C4 共 4 个不同区域, 详见表 1。

本次仿真实验的建模和测试样本的数量为分别为 240 和 120, 其中训练样本由每个区中各 60 个样本组成, 测试样本由每个区域各 30 个样本组成; 训练样本中的三分之二用于训练, 三分之一用于测试。建模时, SLFNrw 模型采用径向基函数型的激活函数, 隐含节点的数量为 10 个, 子

表 1 合成数据的不同区域

数据区域	取值范围 $t \in [a, b]$	样本数量
C1	[-1, -0.5]	90
C2	[-0.5, 0]	90
C3	[0, 0.5]	90
C4	[0.5, 1]	90

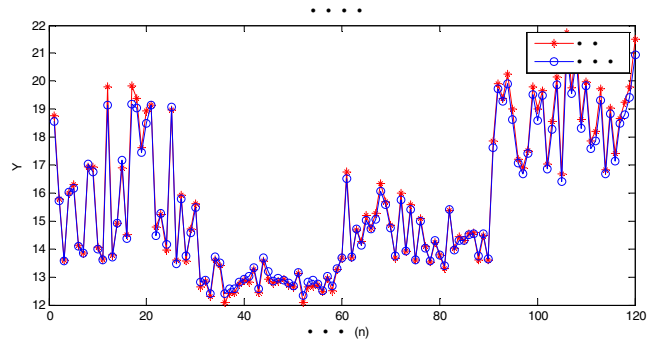


图 3 测试函数的测试样本输出预测曲线

表 2 测试函数的软测量建模统计结果

	预测精度(RMSE)			训练时间(s)	子模型数量(个)
	训练	验证	测试		
GASEN-BP	0.2192	0.2692	0.3601	2.4804	8
GASEN-LSSVM	0.1461	0.2047	0.2432	1.3572	6
GASEN-SLFNrw	0.1248	0.1385	0.2173	0.9204	6

表 3 GASEN-SLFNrw 方法中与建模误差和训练时间的关系

隐节点个数	10	20	40	80	160	320
建模误差	训练	0.1385	0.0634	0.0529	0.0897	0.3235
	验证	0.2173	0.0592	0.0607	0.1026	0.4023
	测试	0.2173	0.2017	0.2224	0.2316	0.5705
训练时间	0.9204	1.2480	1.3728	1.7940	2.1060	2.8548

模型的数量即遗传算法种群数量为 20, 子模型的选择设定阈值为 0.05, 测试曲线图 3 所示。

采用本文提出的 GASEN-SLFNrw 方法和基于 BP 神经网络选择性集成(GASEN-BP)和基于 LSSVM 的选择性集成(GASEN-LSSVM)算法进行了比较, 其中 BP 网络采用工具箱中的默认参数, LSSVM 方法选择 RBF 型核函数, 核半径为 1, 惩罚参数为 10, 统计结果详见表 2。

由表 2 可知, GASEN-BP 训练时间最长, 是其它两种方法的 2 倍多; GASEN-LSSVM 测试误差低于 GASEN-BP, 该方法对惩罚参数和核参数的灵敏度较高;

GASEN-SLFNrw 训练时间最短，测试误差较小。GASEN-SLFNrw 隐节点与建模误差和训练时间的关系详见表 3。

由表 3 可知，隐节点个数与建模误差和训练时间密切相关：随着节点个数增加，训练时间逐渐延长，建模误差随节点个数成倍增加的变化范围并不大，较好解决了 BP 方法过拟合和 LSSVM 模型学习参数敏感问题。

3.2 Benchmark 数据

混凝土抗压强度代表混凝土强度等级，是控制市政工程等混凝土建筑物质量的核心因素。在施工中严格控制水泥等级和水灰比、集料、龄期、养护温度和湿度等因素是保证混凝土强度、确保工程质量的关键。

本实验研究采用了由台湾中华大学叶怡成教授领导的小组存放于 UCI 平台的混凝土抗压强度数据集。将数据集包含的 1030 个样本等间隔分为 5 份，取其中前 4 份作为训练数据，其中的三分之一作为验证数据；取第五份为测试数据。

GASEN-SLFNrw 模型参数为：候选子模型的数量即 GA 算法的种群数量为 20，子模型的选择设定阈值为 0.05，SLFNrw 模型采用 RBF 激活函数且隐层节点个数为 100 个，测试曲线如图 4 所示。

采用本文提出的 GASEN-SLFNrw 方法同与基于 BP 神经网络选择性集成(GASEN-BP)和基于 LSSVM 的选择性集成(GASEN-LSSVM)算法进行了比较。采用 RMSE 比较不同软测量模型的预测性能，采用训练时间比较不同方法的训练速度，统计结果如表 4 所示。

由表 4 可知，GASEN-BP 训练时间最长，为其它两种方法的 10 倍多；GASEN-LSSVM 建模误差最大，与未能选择到最优建模参数相关；GASEN-SLFNrw 训练时间最短，建模误差介于上述两种方法之间，可通过选择适合的建模参数在建模速度和精度进行均衡。

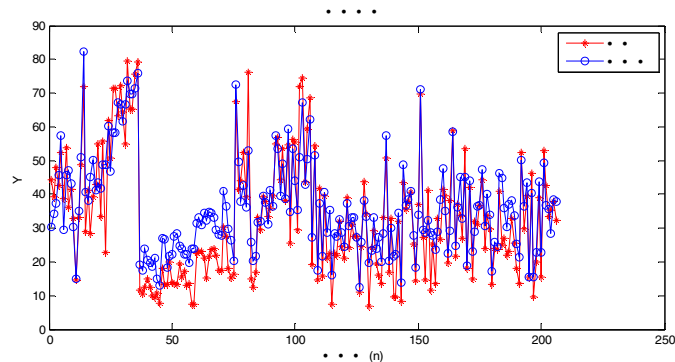


图 4 混凝土抗压强度的测试样本预测曲线

表 4 混凝土抗压强度软测量建模统计结果

	建模误差(RMSE)			训练 时间(s)	子模型 数量 (个)
	训练	验证	测试		
GASEN-BP	4.7340	5.0137	6.1299	54.0543	6
GASEN-LSSVM	4.8082	8.3623	12.1622	4.7892	10
GASEN-SLFNrw	5.3540	6.2402	8.7065	2.4960	6

综上，针对不同的应用背景和对模型的不同需求选择适合的选择性集成仿真元建模方法。针对复杂系统的探索性分析过程需要依据分析结论，动态调整实验设计方案、生成仿真实验数据，重新训练更新仿真元模型。因此，本文所提方法更适合于复杂系统的探索性仿真。

3. 结论

本文从提高仿真元模型的建模速度、泛化性能、更新速度的角度提出了基于全局优化的选择集成基基于随机权重的单隐层前馈网络仿真元建模策略，即采用集成参数调整模块对训练子集训练划分、训练子模型构建、子模型选择、子模型合并模块中的参数进行整体优化的思路。通过标准测试函数和 Benchmark 数据对所提仿真元建模算法进行了测试，表明该方法可以在建模精度和速度间获得较佳的均衡，在提高复杂系统的分析仿真效率上具有广阔应用前景。

本文下步的研究方向：一是研究基于智能优化算法的选择性集成模型学习参数全局寻优；二是将方法用于复杂系统的探索性仿真。

参考文献

- [1] 王维平, 李群, 朱一凡, 杨峰. 柔性仿真原理与应用. 北京: 国防科技大学出版社, 2003.
- [2] P. K. Davis, J. H. Bigelow. *Motivated Meta-models: Synthesis of Cause Effect Reasoning and Statistical Meta-modeling*. Rand, 2003.
- [3] J. F. Daniel, O. N. Daniel and P. M. Gary, "Simulation Metamodeling through Artificial Neural Networks," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 16, no. 63, pp. 177-183, 2003.
- [4] 李建平. 仿真元模型中的拟合方法及其应用研究. 长沙: 国防科技大学, 2007.
- [5] M.C. Stella, H.G Jan and W.S Timothy, "Analysis of support vector regression for approximation of complex engineering

- analyses,” *Journal of Mechanical Design*, vol. 127, no. 6, pp. 1077-1087, 2005.
- [6] B. Wu, L. Chen, Z.W. Hu, W.Q. Z and J. H. Liang, “A relevance vector regression based metamodeling approach for complex system analysis,” in *Proc. Asia Simulation Conference 2008/ International Conference of System Simulation and Scientific Computing 2008*, Beijing, China, October, 2008.--- vol. 5, Chicago, IL, June 2000, pp. 3239-3243
- [7] B. Wu, W.Q. Z, Z.W. Hu and J. H. Liang, “Genetic complex multiple kernel for relevance vector regression,” in *Proc. the 2nd IEEE International Conference on Advanced Computer Control(ICACC2010)*, ShenYang, China, March, 2010, pp. 217-221
- [8] W.F. Schmidt, M.A. Kraaijveld, R.P.W. Duin. Feed Forward Neural Networks With Random Weights, In: *Pattern Recognition, 1992. Vol.II. Conference B: Pattern Recognition Methodology and Systems, Proceedings., 11th IAPR International Conference on 30 Aug 1992-03 Sep 1992, pp.1-4.*
- [9] M.P. Perrone, L.N. Cooper. *When networks disagree: ensemble methods for hybrid neural networks.* Brown University, Institute for Brain and Neural Systems, 1993.
- [10] Z.H. Zhou, J. Wu, W. Tang, “Ensembling neural networks: many could be better than all,” *Artificial Intelligence*, 2002, 137(1-2): 239-263.
- [11] A. Chandra, H.H. Chen, X.Yao, “Trade-off between diversity and accuracy in ensemble generation,” *Studies in Computational Intelligence*, 2006, 16: 429-464.
- [12] S. Soares, C.H. Antunes, R. Araújo, “Comparison of a genetic algorithm and simulated annealing for automatic neural network ensemble development,” *Neurocomputing (2013)*, <http://dx.doi.org/10.1016/j.neucom.2013.05.024>.
- [13] C.R Houck, J.A, Joines, M.G. Kay. *A genetic algorithm for function optimization: a Matlab implementation.* North Carolina State University, Raleigh, NC, 1995.