

论文

基于微分几何的蛇形机器人动力学与控制统一模型

郭宪^{①③}, 马书根^②, 李斌^①, 王明辉^{①*}, 王越超^①^① 中国科学院沈阳自动化研究所机器人学国家重点实验室, 沈阳 110016^② 日本立命馆大学机器人系, 滋贺 525-8577^③ 中国科学院大学, 北京 100049

* 通信作者. E-mail: mhwang@sia.cn

收稿日期: 2014-01-11; 接受日期: 2014-08-20; 网络出版日期: 2014-12-16

国家自然科学基金 (批准号: 61333016) 资助项目

摘要 蛇形机器人进行力矩控制时, 其动力学系统为非线性控制系统. 当蛇形机器人模块数增大时, 非线性系统变得冗繁而不易于计算和控制. 本文利用微分几何的方法, 将欧拉—拉格朗日 (Euler-Lagrange) 动力学方程进行了扩展, 得到了任意基底下的动力学方程, 将蛇形机器人的动力学方程化简成标准的仿射控制系统方程, 得到动力学与控制统一的模型, 使得蛇形机器人的动力学方程变得简洁易于计算和控制. 基于此模型, 利用部分反馈线性化的方法将控制方程进行线性化, 并设计了头部轨迹跟踪控制器. 蛇形机器人的构型空间对应着流形空间, 速度空间对应着切空间, 力矩空间对应着余切空间, 动能提供了流形空间上的一个黎曼 (Riemann) 度量, 因此蛇形机器人的动力学可以用黎曼几何来描述. 而带有被动轮的蛇形机器人引入了速度约束, 使得速度空间不是整个切空间而是切空间的一个子集, 即对应着一个分布, 与分布相对应的动力学为非完整动力学. 所以带有被动轮的蛇形机器人对应着带有分布的黎曼流形. 而在分布上选取恰当的基底可以简化动力学计算, 本文根据纤维丛的理论将这些基底空间建模为纤维丛, 任意一个基底只是纤维丛上的一个截面. 我们通过正交归一化和线性变换规则得到具有物理意义且可以简化动力学计算的截面, 从而实现了微分几何框架下的动力学与控制统一模型. 最后我们以 9 模块蛇形机器人为例, 验证了部分反馈算法的有效性.

关键词 蛇形机器人 非完整约束 微分几何 动力学与控制 纤维丛

1 引言

自然界中的生物蛇由于腹部具有异向摩擦的特性, 因此可以通过身体的蜿蜒产生往前的运动, 这种运动被称为蜿蜒运动. 工程师们模仿生物蛇建立了蛇形机器人. 异向摩擦是生物蛇能实现蜿蜒运动的关键, 所以很多蛇形机器人的腹部装上了被动轮来模仿生物蛇腹部的异向摩擦特性. 对带有被动轮的蛇形机器人进行建模时, 假设被动轮只能进行切向滚动而不能进行侧向滑动, 这样每个被动轮便引入一个侧向速度约束, 而且这种侧向速度约束是不可积的, 不可积的速度约束称为非完整约束. 因此带有被动轮的蛇形机器人是一个典型的非完整约束系统. 利用非完整约束特性可分析和简化系统的运动学和动力学.

引用格式: 郭宪, 马书根, 李斌, 等. 基于微分几何的蛇形机器人动力学与控制统一模型. 中国科学: 信息科学, 2015, 45: 1080-1094, doi: 10.1360/N112014-00024

对于带有被动轮的蛇形机器人, Kelly 和 Murray^[1] 从微分几何的角度将蛇形机器人的构型空间分为位姿空间和形状空间, 利用几何相来研究位姿空间和形状空间之间的关系. 利用相似微分几何工具, Ostrowski^[2,3] 还考虑了系统的动力学, 并利用群的对称性对蛇形机器人的动力学方程进行了简化. Matsuno 等^[4,5] 对去除部分被动轮后的蛇形机器人进行运动学和动力学建模, 利用冗余性对蛇形机器人进行控制. 另外, Ishikawa 等^[6,7] 利用纤维丛理论对三连杆蛇形机器人的运动学进行了建模和可控性研究. Shammass 等^[8] 利用 Green-Stokes 定理将曲线积分转化成曲面积分, 研究了“运动蛇”的广义步态产生方法. Prautsch 和 Mita^[9] 利用拉格朗日方程对蛇形机器人进行动力学分析, 并基于李雅普诺夫定理设计了跟踪控制器. Date 等^[10,11] 利用拉格朗日方程并考虑机器人的可操作性及侧向力对蛇形机器人进行力矩控制. Ute 和 Ono^[12] 利用牛顿定律分析了三连杆蛇形机器人. 王智峰等^[13] 利用微分几何方法进行了无被动轮的蛇形机器人动力学建模, 但没有考虑控制. 基于运动学模型对蛇形机器人进行控制的时候, 输入量为速度. 在进行轨迹规划时, 常常用到速度分段常数的方法^[6,7], 也就是速度从一个常值瞬间变换到另一个常值, 考虑到机器人有质量和惯性, 这势必需要无穷大的力矩, 这是不可能实现的^[14]. 速度不可跳变使得输入量是速度时有很多限制, 而力矩输入没有此限制. 当力矩作为输入时, 蛇形机器人的控制具有更大的灵活性, 这时需要对蛇形机器人进行动力学建模.

对带有被动轮的蛇形机器人, 现有的动力学建模方法大都是基于欧拉 — 拉格朗日方程的方法^[9~11]. 这种方法有利于利用逆向动力学对蛇形机器人进行控制器的设计, 然而蛇形机器人是一个多自由度多刚体的系统, 当蛇形机器人的关节数增大时, 动力学方程的计算变得极其复杂, 难以进行在线实时反馈控制. 在很多情况下, 传统的欧拉 — 拉格朗日方程的形式并不是动力学建模的有效方法^[15]. 有时候利用坐标变换, 选用伪速度重建欧拉 — 拉格朗日方程, 方程会变得更加简单^[16]. 实际上, 带有被动轮的蛇形机器人是一个带有速度约束的非完整约束系统, 在进行动力学建模时充分考虑速度约束条件, 可以大大简化动力学方程. 基于这种思想本文选用微分几何的方法, 将蛇形机器人的动力学方程投影到约束速度空间中, 将度量单位归一化, 利用伪速度重建欧拉 — 拉格朗日方程, 得到了动力学与控制统一模型. 这种建模方法的优点为: (1) 传统的欧拉 — 拉格朗日方程需要计算复杂的惯量矩阵, 当蛇形机器人的模块增多时, 惯量矩阵的计算极其复杂. 而我们选用正交归一化基底可以将惯量矩阵变为单位阵无需任何计算. (2) 传统的欧拉 — 拉格朗日方程中的科式力项涉及到矩阵微分运算, 而我们的方法只有简单的加减乘除四则运算. (3) 传统的动力学方程为二阶微分方程, 我们将伪速度视为独立的状态变量可将动力学方程表示成标准的仿射控制形式, 有利于控制器的设计. (4) 另外对速度约束空间进行纤维丛建模, 可以得到任意伪速度下的动力学方程, 进一步增大了动力学建模的统一性和通用性.

2 蛇形机器人建模分析

为了与传统的建模方法进行比较, 也为了使得本文的建模过程有一个清晰的总体认识, 我们给出建模方法过程, 如图 1 所示. 与传统的拉格朗日方法相比, 不同点主要在第二步. 利用拉格朗日方程进行动力学建模时, 速度为广义速度, 而对于有被动轮的蛇形机器人, 我们考虑了速度约束. 将约束速度进行纤维丛建模, 得到任意基底下的伪速度. 利用拉格朗日函数提供流形上的度量矩阵, 利用度量矩阵将速度基底进行归一化, 此时相应的惯量矩阵变成单位阵. 在最后一步建立动力学时, 将伪速度视为独立的状态变量, 可将二阶的动力学方程写成一阶仿射控制系统的形式, 从而建立了动力学与控制统一模型.

从图 1 中可以看出, 动力学与控制统一模型的方法更多地考虑和利用了蛇形机器人本身被动轮

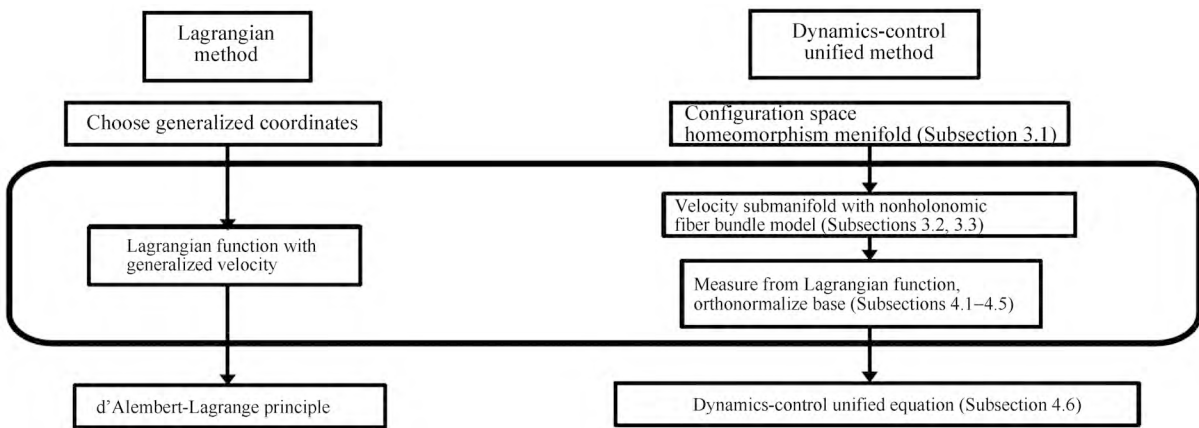


图 1 蛇形机器人建模过程对比

Figure 1 Comparison of modeling process of snake-like robots

的约束特性, 因此这种方法更适合蛇形机器人的建模. 而拉格朗日方法是针对一般任意系统, 并不局限于蛇形机器人, 但是正是这种通用性, 使得它并未考虑蛇形机器人本身的一些特性, 所以计算起来虽然通用, 但是更复杂. 尤其是当蛇形机器人的模块数增大时, 传统的拉格朗日方法存在大量的重复计算, 而我们的动力学与控制统一模型将这些重复计算在进行动力学建模之前的运动学建模时, 已经化到最简, 所以使得最后得到的动力学方程极其简单.

3 蛇形机器人非完整约束运动学

3.1 蛇形机器人构型空间

蛇形机器人是一个由很多模块通过前后串联构成的多刚体串联移动系统, 其构型空间可用头部的位置坐标和姿态坐标以及身体各模块之间的相对偏角来表示. 如图 2 所示, 平面蛇形机器人的构型空间可表示为: $Q = (x, y, \theta, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{n-1})$. 为了便于后面计算, 我们另外设 $\phi_0 = 0$, 对于 n 模块蛇形机器人, 其构型空间是一个 $n + 2$ 维的流形空间 Q , 为了下面表述方便, 蛇形机器人的构型空间也用 $(x^1, x^2, \dots, x^{n+2})$ 来表示.

3.2 蛇形机器人速度空间

对于 n 模块蛇形机器人, 设每个模块的质心在其几何中心. 用 (x_i, y_i) 表示第 i 个模块的质心坐标, 则第 i 个模块的速度可表示为: (\dot{x}_i, \dot{y}_i) . 由于带有被动轮的蛇形机器人, 其被动轮安装在每个模块的几何中心, 因此每个模块几何中心的侧向速度为零. 所以

$$\dot{x}_i \sin \theta_i - \dot{y}_i \cos \theta_i = 0, \quad i = 1, \dots, n, \tag{1}$$

其中 x_i, y_i 满足几何约束关系, 可以利用构型 $(x, y, \theta, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{n-1})$ 来表示. 如前所述, 蛇形机器人构型空间对应着 $n + 2$ 维的流形, 则蛇形机器人每一个构型处的速度对应着流形切空间中的切向量.

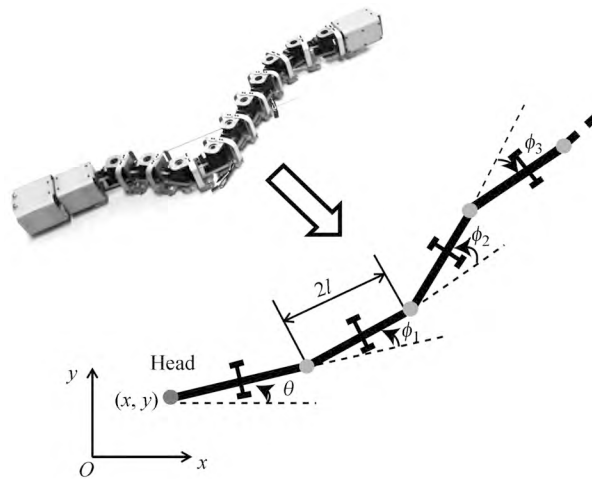


图 2 n 模块蛇形机器人的模型
Figure 2 Model of an n module snake-like robot

若选用广义坐标作为流形上的坐标基底蛇形机器人切向量可表示为

$$X_q = \left(\dot{x} \frac{\partial}{\partial x} + \dot{y} \frac{\partial}{\partial y} + \dot{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} + \dot{\phi}_1 \frac{\partial}{\partial \phi_1} + \dots + \dot{\phi}_{n-1} \frac{\partial}{\partial \phi_{n-1}} \right)_q,$$

也就是说蛇形机器人的切空间对应着速度空间. 流形上所有点的切空间所构成的集合称为流形上的切丛, 即

$$TQ = \bigcup_{q \in Q} T_q Q,$$

其中 $T_q Q$ 表示流形上 q 点处的切空间. 对于没有任何约束的蛇形机器人, 其速度空间对应着整个切丛, 而对于装有被动轮的蛇形机器人, 由于存在 n 个约束如 (1) 式所示, 所以可行速度空间为切空间的一个子集, 其流形的切丛为整个切丛的子丛. 我们称速度这样一个子丛为一个分布 D , 带被动轮的蛇形机器人的速度空间便是一个 2 维分布. 设对于流形上每一点 $q \in Q$, 存在一组基底 $\{X_1, \dots, X_m\}$, 对流形上任意点满足

$$D_q \equiv D \cap T_q Q = \text{span}\{X_1(q), \dots, X_m(q)\}.$$

我们称这组基底为速度分布空间的基底, 对于蛇形机器人来说 $m = 2$, 我们设基底为 $\{e_1, e_2\}$. 由速度约束方程 (1) 式得到 $e_\alpha = A_\alpha^i(q) \frac{\partial}{\partial q^i}$, $\alpha = 1, 2, i = 1, \dots, n + 2$. 因此蛇形机器人任一位型处的速度可表示为

$$\dot{q} = v_1 e_1 + v_2 e_2, \tag{2}$$

其中 v_1, v_2 为与基底相对应的伪速度. 为了使得伪速度有实际的物理意义, 基底的选择很重要. 首先我们对基底进行纤维丛建模.

3.3 蛇形机器人速度分布空间基底的纤维丛建模

一个丛是一个三元组 (E, π, B) , 其中 $\pi: E \rightarrow B$ 为一个映射. 空间 B 称为底空间, 空间 E 称为丛空间, 映射 π 称为丛的映射. 对于每个 $b \in B$, 空间 $\pi^{-1}(b)$ 称为丛过点 b 的纤维. 如 3.2 小节介绍的切

丛, 该丛的底空间是流形 Q , 纤维空间分别为切空间. 丛 (E, π, B) 的截面定义为一个映射 $\xi: B \rightarrow E$ 使得 $\pi \circ \xi = id_B$. 例如流形上的任何一个切向量场都是切空间的一个截面.

对于 n 模块蛇形机器人, 假设 $E = \{e_\alpha\}$, $\alpha = 1, 2$ 是分布上的一个向量场, 这些向量场也被称为移动框架. 用 F_q 表示在点 q 的所有框架, 用 FQ 表示集合 F_q 的非交并集, 这个非交并集称为框架丛. 对于上节所定义的分布基底 $e_\alpha = A_\alpha^i(q) \frac{\partial}{\partial q^i}$, $\alpha = 1, 2, i = 1, \dots, n+2$, 坐标 (q^i, A_α^i) 是框架丛的局部坐标表示. 一个基底向量场 E 对应着框架丛上的一个截面. 纤维之间可以通过一般线性群 GL 进行转换. 即

$$\tilde{A}_\alpha^i = GL_\alpha^\beta \cdot A_\beta^i. \quad (3)$$

任意一个基底对应着框架丛的一个截面, 选择不同的坐标基底就是选择框架丛上的不同截面. 只是当截面不同时, 与坐标基底相对应的伪速度所代表的含义也不同. 因此 (2) 和 (3) 式可以描述蛇形机器人在任意坐标框架中的速度, 得到运动学方程. 下一节我们将传统的欧拉 — 拉格朗日动力学方程推广到任意伪速度下的动力学方程, 从而简化和一般化蛇形机器人的动力学方程.

4 蛇形机器人子流形上的动力学

蛇形机器人动力学是建立坐标加速度与受力关系的方程式. 在几何力学中, 加速度对应速度的切空间, 力对应着流形的余切空间. 为了构建蛇形机器人流形上的动力学, 我们首先用流形的余切表示外界的力.

4.1 蛇形机器人力矩空间

流形的余切空间是切空间的对偶空间, 对任意点 q 处的切空间 $T_q M$, 余切向量 ψ_q 可定义为 $\psi_q: T_q M \rightarrow R$. 如 3.2 小节所示, 蛇形机器人流形上任一点 q 处的切空间基底为 $(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial \theta}, \frac{\partial}{\partial \phi_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial \phi_{n-1}})_q$, 则相应的余切空间基底为 $(dx, dy, d\theta, d\phi_1, \dots, d\phi_{n-1})_q$, 其中对于蛇形机器人, 流形空间的余切空间对应着关节力矩空间, 关节力矩可表示为

$$\psi_q = \tau_i d\phi_i|_q,$$

其中 τ_i 为关节电机力矩. 流形上所有点的余切空间所构成的集合称为流形上的余切丛, 即

$$T^*Q = \bigcup_{q \in Q} T_q^*Q.$$

4.2 蛇形机器人拉格朗日函数

利用欧拉 — 拉格朗日方法进行动力学建模时, 拉格朗日函数是动力学方程的第一步. 在流形上, 与拉格朗日函数相对应的是流形上的度量. 在 3.2 小节中, 我们已经给出流形上任一点的切向量 X_q , 用蛇形机器人的动能对速度进行度量时, 蛇形机器人的流形便成了一个拥有度量的黎曼流形. 由于我们研究的是平面蛇形机器人, 忽略势能, 因此拉格朗日函数为 $L = \frac{1}{2} \dot{q}^T M \dot{q}$, 其中 M 为惯量矩阵, M 给出了黎曼流形上的一个度量.

在列出黎曼流形上的动力学方程式之前, 我们给出切空间与余切空间之间两个最重要的映射. 设蛇形机器人任一点的切空间和余切空间为 TQ 和 T^*Q , 则两个重要的映射分别为并号映射 $M^\#$:

$T^*Q \rightarrow TQ$ 和平映射 $M^b : TQ \rightarrow T^*Q$. 两个映射的定义为

$$\psi_q \cdot M^\#(\omega_q) = M^{-1}(\psi_q, \omega_q), M^b(X_q) \cdot Y_q = M(X_q, Y_q),$$

其中 $X_q, Y_q \in T_qQ$, $\psi_q, \omega_q \in T_q^*Q$. 将这两个映射扩展到整个流形上便得到切向量场与余切向量场之间的映射关系即 $M^\# : \Gamma(T^*Q) \rightarrow \Gamma(TQ)$ 和 $M^b : \Gamma(TQ) \rightarrow \Gamma(T^*Q)$, 其定义跟上面的定义一样. 如果选用切空间坐标基底向量为 $(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial \theta}, \frac{\partial}{\partial \phi_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial \phi_{n-1}})_q$, 则井号映射的局部坐标表示为

$$M^\#(\psi)^i(q) = M^{ij}(q)\psi_j(q),$$

其中 M^{ij} 是度量 M_{ij} 的逆矩阵. 对于蛇形机器人来说, 关节力矩为余切空间中的元素, 在进行动力学运算的时候, 我们需要利用井号映射将余切空间中的力矩映射到切空间中.

4.3 无速度约束的蛇形机器人动力学方程

我们首先忽略速度约束 (1), 建立无约束的黎曼流形上的拉格朗日动力学方程. 设光滑流形 Q 上的仿射联络 ∇ 是一个映射 $\nabla : \Gamma(TQ) \times \Gamma(TQ) \rightarrow \Gamma(TQ)$ 即 $(X, Y) \mapsto \nabla_X Y$, 联络满足下面几个性质:

- (1) $(X, Y) \mapsto \nabla_X Y$ 对 X, Y 是双线性的;
- (2) $\nabla_{fX} Y = f(\nabla_X Y)$;
- (3) $\nabla_X(fY) = f(\nabla_X Y) + (\mathcal{L}_X f)Y$.

选定切向量场的基底为 $\{\frac{\partial}{\partial x^1}, \dots, \frac{\partial}{\partial x^n}\}$, 给定两个向量场 $X = X^i(q)\frac{\partial}{\partial x^i}$ 和 $Y = Y^i(q)\frac{\partial}{\partial x^i}$, 仿射联络的局部坐标表示为

$$\nabla_X Y = \left(\frac{\partial Y^k}{\partial x^i} X^i(q) + \Gamma_{ij}^k(q) X^i(q) Y^j(q) \right) \frac{\partial}{\partial x^k},$$

其中 $\Gamma_{ij}^k(q)$ 称为克氏符. 克氏符定义为向量场的局部分量

$$\nabla_{\frac{\partial}{\partial x^i}} \frac{\partial}{\partial x^j} = \Gamma_{ij}^k(q) \frac{\partial}{\partial x^k}.$$

对于带有度量为 M 的黎曼流形, 克氏符可用下面的式子进行计算

$$\Gamma_{ij}^k = \frac{1}{2} M^{kl} \left(\frac{\partial M_{lj}}{\partial x^i} + \frac{\partial M_{li}}{\partial x^j} - \frac{\partial M_{ij}}{\partial x^l} \right).$$

欧拉 — 拉格朗日方程在黎曼流形上的表达式可以写为

$$\nabla_{\dot{q}} \dot{q} = \sum_{a=1}^m (M^{-1} F_a) u_a, \quad (4)$$

其中 M^{-1} 为度量阵的逆矩阵, F_a 为外力, u_a 为输入量. 在选定基底 $\{\frac{\partial}{\partial x^1}, \dots, \frac{\partial}{\partial x^n}\}$ 下的坐标表示为

$$\ddot{q}^k + \Gamma_{ij}^k \dot{q}^i \dot{q}^j = \sum_{a=1}^m M^{kj} (F_{aj}) u_a. \quad (5)$$

4.4 带速度约束的蛇形机器人动力学方程

如前所述, n 模块蛇形机器人的构型空间为 $Q = (x, y, \theta, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{n-1})$, Q 是 $n+2$ 维光滑流形. 没有速度约束时, 蛇形机器人的动力学方程可以用方程 (4) 或方程 (5) 来表示. 蛇形机器人的 n 个被动轮引入了 n 个速度约束, 此时蛇形机器人的速度空间不再是整个切空间 TQ 而是切空间 TQ 的一个子集. 也就是说, 蛇形机器人的速度空间是一个分布 D , 这个分布可以由 n 个 1— 形式 ω_b 来定义, 在局部坐标 $q = (x, y, \theta, \phi_1, \dots, \phi_{n-1})$ 中速度约束 (1) 式可表示为

$$\omega_b(q)(\dot{q}) = \omega_{bi}\dot{q}^i = 0, \quad b = 1, \dots, n, \quad i = 1, \dots, n+2. \quad (6)$$

受约束的限制, 蛇形机器人的速度只能取分布 D 中的值. 相应地, 蛇形机器人的动力学方程 (4) 和 (5) 需要投影到分布空间中. 假设 $P: TQ \rightarrow D$ 表示切空间 TQ 垂直投影到分布 D 中, 此处垂直投影是相对于度量 M 而言, $P^\perp = I - P$ 表示投影的垂直补映射. 由拉格朗日—达朗贝尔原理得到带约束的蛇形机器人的运动方程为^[17]:

$$\begin{cases} \nabla_{\dot{q}}\dot{q} = \lambda + \sum_{a=1}^{n-1} (M^{-1}\tau_b), \\ P^\perp(\dot{q}) = 0, \end{cases} \quad (7)$$

其中 $\lambda \in D^\perp$ 为拉格朗日乘子, 表示约束力向切空间映射后的值. 上述动力学方程写成联络的形式为

$$\tilde{\nabla}_{\dot{q}}\dot{q} = \sum_{b=1}^{n-1} (PM^{-1}\tau_b), \quad (8)$$

其中 $\tilde{\nabla}$ 为非完整联络^[18].

4.5 约束到分布空间上的动力学

蛇形机器人的速度分布空间由公式 (6) 定义, 当 n 个约束线性无关时, 速度分布为二维分布, 假设分布空间的基底为 e_α , 其中 $\alpha = 1, 2$, 这组基底常常被称为非完整基底. 我们约定用希腊字母 $\alpha, \beta, \mu, \sigma, \dots$ 来标示分布空间中的量, 用拉丁字母 i, j, k, l, \dots 来标示整个切空间中的量, 所以 $e_\alpha = A_\alpha^i(q) \frac{\partial}{\partial q^i}$, $\alpha = 1, 2, i = 1, \dots, n+2$. 考虑到度量 M , 切空间朝速度分布空间的投影为

$$P\left(\frac{\partial}{\partial q^i}\right) = P_i^\alpha e_\alpha, \quad \alpha = 1, 2, \quad i = 1, \dots, (n+2), \quad P_i^\alpha = \frac{M\left(\frac{\partial}{\partial q^i}, e_\alpha\right)}{M(e_\alpha, e_\alpha)}.$$

假设 D 是流形 Q 上的一个分布, D 上的向量场集合为 $\Gamma(D)$, 非完整联络可定义为切丛 TQ 的子丛 D 上的一个映射 $\tilde{\nabla}: \Gamma(D) \times \Gamma(D) \rightarrow \Gamma(D)$. 假设向量 $X, Y, Z \in D$ 由非完整联络的性质得到^[19]

$$\begin{aligned} M\left(\tilde{\nabla}_X Y, Z\right) &= \frac{1}{2} \{X(M(Y, Z)) + Y(M(Z, X)) - Z(M(X, Y))\} \\ &\quad + \frac{1}{2} \{M(Z, P[X, Y]) + M(Y, P[Z, X]) - M(X, P[Y, Z])\}. \end{aligned} \quad (9)$$

利用坐标表示时 $\tilde{\nabla}_{e_\alpha} e_\beta = \tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^\mu e_\mu$, 其中 $\tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^\mu$ 为非完整克氏符. 若基底的李括号定义为

$$[e_\alpha, e_\beta] = -2\Omega_{\alpha\beta}^\mu e_\mu,$$

其中

$$-2\Omega_{\alpha\beta}^{\mu} = P_i^{\mu} \left(A_{\alpha}^j \frac{\partial A_{\beta}^i}{\partial q^j} - A_{\beta}^j \frac{\partial A_{\alpha}^i}{\partial q^j} \right).$$

将 (9) 式中的 X, Y, Z 分别用 $e_{\alpha}, e_{\beta}, e_{\sigma}$ 替换时, 可以求得非完整克氏符

$$\tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^{\mu} = \frac{1}{2} M^{\mu\sigma} \left[A_{\alpha}^i \frac{\partial M_{\beta\sigma}}{\partial q^i} + A_{\beta}^i \frac{\partial M_{\alpha\sigma}}{\partial q^i} - A_{\sigma}^i \frac{\partial M_{\alpha\beta}}{\partial q^i} \right] + M_{\alpha\nu} M^{\mu\sigma} \Omega_{\beta\sigma}^{\nu} + M_{\beta\nu} M^{\mu\sigma} \Omega_{\alpha\sigma}^{\nu} - \Omega_{\alpha\beta}^{\mu}, \quad (10)$$

其中用希腊字母标示的度量为非完整度量, 其分量为 $M_{\alpha\beta} = M_{ij} A_{\alpha}^i A_{\beta}^j$, $M^{\mu\nu}$ 为逆矩阵.

现在处理方程式 (8) 的右边控制向量场项, 将投影矩阵带入, 得到控制向量场的简化形式

$$\sum_{b=1}^{n-1} (PM^{-1}\tau_a) = \sum_{b=1}^{n-1} \frac{M \left(\frac{\partial}{\partial q^i}, e_{\alpha} \right)}{M(e_{\alpha}, e_{\alpha})} M^{-1}\tau_b e_{\alpha} = \sum_{b=1}^{n-1} \frac{\langle \tau_b, e_{\alpha} \rangle}{M(e_{\alpha}, e_{\alpha})} e_{\alpha}, \quad (11)$$

联立方程 (2), (8), (10), (11) 可以得到非完整基底下的动力学方程

$$\dot{v}^{\mu} + \tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^{\mu} v^{\alpha} v^{\beta} = \sum_{b=1}^{n-1} \frac{\langle \tau_b, e_{\mu} \rangle}{M(e_{\mu}, e_{\mu})}. \quad (12)$$

4.6 蛇形机器人动力学与控制统一模型

如果用 F_b 表示力矩的单位矢量, 用 u_b 表示输入量, 电机力矩可表示为 $\tau_b = F_b u_b$. 由上节得到的动力学方程变为

$$\dot{v}^{\mu} + \tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^{\mu} v^{\alpha} v^{\beta} = \sum_{b=1}^{n-1} Y_b^{\mu} u_b, \quad (13)$$

其中

$$Y_b^{\mu} = \frac{\langle F_b, e_{\mu} \rangle}{M(e_{\mu}, e_{\mu})}.$$

当选用状态变量为 (q, v) 时, 蛇形机器人的动力学方程 (12) 可以写成标准的仿射控制系统方程, 因此得到动力学与控制统一模型

$$\begin{cases} \dot{q} = v^{\alpha} e_{\alpha}, \\ \dot{v}^{\mu} = -\tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^{\mu} v^{\alpha} v^{\beta} + \sum_{b=1}^{n-1} Y_b^{\mu} u_b. \end{cases} \quad (14)$$

对于 n 模块蛇形机器人, 我们假设每个模块的长度为 $2l$, 质量为 m , 考虑到电机安装在关节处, 所以假设每个模块的转动惯量为 $J = ml^2$. 约定 θ_i 表示第 i 个模块与水平轴的角度, $\theta_1 = \theta, \theta_i = \theta + \sum_{k=1}^{i-1} \theta_k, i \geq 2$, 则每个模块的质心坐标为

$$\begin{aligned} x_i &= x + \sum_{k=1}^i 2l \cos \theta_k - l \cos \theta_i, \\ y_i &= y + \sum_{k=1}^i 2l \sin \theta_k - l \sin \theta_i. \end{aligned}$$

由 (1) 式和 (6) 式得到可行速度分布基底, 并利用 Gram-Schmidt 关于度量正交归一化的方法得到 n 模块蛇形机器人的速度分布空间中相互正交归一的基底为

$$\begin{cases} e_1 = \frac{1}{\sqrt{nm}} \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\sin \theta}{l} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{l} \sum_{i=1}^{n-1} (-1)^i \sin \left(\theta + (-1)^k \sum_{k=0}^{i-1} \phi_k \right) \frac{\partial}{\partial \phi_i} \right. \\ \quad \left. + \frac{1}{l} \sum_{i=1}^{n-1} (-1)^i \sin \left(\theta + (-1)^k \sum_{k=0}^i \phi_k \right) \frac{\partial}{\partial \phi_i} \right), \\ e_2 = \frac{1}{\sqrt{nm}} \left(\frac{\partial}{\partial y} - \frac{\cos \theta}{l} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{l} \sum_{i=1}^{n-1} (-1)^{i-1} \cos \left(\theta + (-1)^k \sum_{k=0}^{i-1} \phi_k \right) \frac{\partial}{\partial \phi_i} \right. \\ \quad \left. + \frac{1}{l} \sum_{i=1}^{n-1} (-1)^{i-1} \cos \left(\theta + (-1)^k \sum_{k=0}^i \phi_k \right) \frac{\partial}{\partial \phi_i} \right). \end{cases} \quad (15)$$

将 (15) 式带入到 (10) 式, 可以得到非零联络系数为

$$\begin{cases} \tilde{\Gamma}_{12}^1 = -\tilde{\Gamma}_{11}^2 = \frac{1}{n\sqrt{nm}l} \left(\sum_{i=0}^{n-1} (2n-1-2i) \sin \left(\theta + \sum_{k=0}^i (-1)^k \phi_k \right) \right), \\ \tilde{\Gamma}_{21}^2 = -\tilde{\Gamma}_{22}^1 = \frac{1}{n\sqrt{nm}l} \left(\sum_{i=0}^{n-1} (2n-1-2i) \cos \left(\theta - \sum_{k=0}^i (-1)^k \phi_k \right) \right). \end{cases} \quad (16)$$

由 (11) 式和 (13) 式得到

$$\begin{cases} Y_{1i} = (-1)^i \left(\sin \left(\theta + \sum_{k=0}^{i-1} (-1)^k \phi_k \right) + \sin \left(\theta + \sum_{k=0}^i (-1)^k \phi_k \right) \right), \\ Y_{2i} = (-1)^{i-1} \left(\cos \left(\theta + \sum_{k=0}^{i-1} (-1)^k \phi_k \right) + \cos \left(\theta + \sum_{k=0}^i (-1)^k \phi_k \right) \right). \end{cases} \quad (17)$$

4.7 与传统动力学方法比较

对带有被动轮的蛇形机器人, 利用传统的欧拉—拉格朗日方法进行动力学建模得到^[9]

$$\begin{cases} \dot{\theta} = F(\theta) \dot{\omega}, \\ \bar{M}(\theta) \dot{\omega} + \bar{C}(\theta, \dot{\theta}) \dot{\omega} = F^T E \tau, \end{cases} \quad (18)$$

其中 $\bar{M} = [F^T \quad I_2] M [F \quad I_2]$, $\bar{C} = (F^T M_{11} + M_{12}^T) \dot{F} + F^T C_1 F + C_2 F$ 与动力学与控制统一模型相比, 我们的动力学方程式 (14) 有以下优点:

(1) 无需计算繁琐的惯量矩阵 M , 其实在我们推导的过程中, 通过选用关于度量 M 垂直正交的基底已经将惯量矩阵变为单位阵. 尤其是当蛇形机器人的模块数增加到很大时, 惯量矩阵的计算变得极其繁琐, 传统的方法难以满足实时性要求.

(2) 无需计算任何微分, 所有的计算只是简单的四则运算. 从 (18) 式中, 我们可以看到, 利用传统的方法计算动力学求 \bar{C} 时需要计算矩阵 F 的微分, 而我们的计算方步不需要.

(3) 可以得到任意基底下的动力学方程式. 利用纤维变换公式 (3), 可以容易地计算任意广义坐标下的动力学方程. 而传统的动力学方程变化广义坐标时, 需要重新推导和建模.

(4) 将伪速度作为独立的状态变量, 整个运动方程变成一阶微分方程, 便于利用控制方法对系统进行分析和控制.

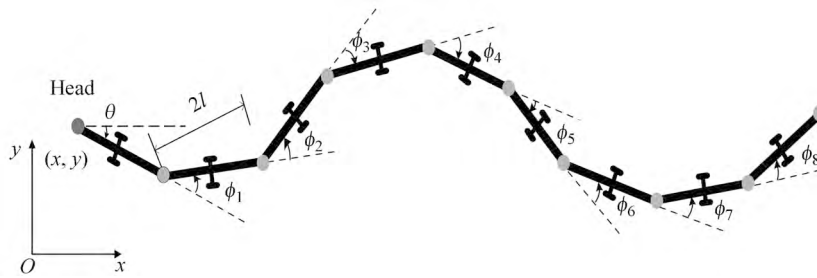


图 3 9 模块蛇形机器人的模型
Figure 3 Model of a 9 module snake-like robot

5 部分反馈线性化与仿真研究

5.1 部分反馈线性化

对方程 (14) 的第二个式子采用部分反馈线性化控制算法, 将非线性控制转化成线性控制 [20]. 记

$$f = -\tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^{\mu} v^{\alpha} v^{\beta}, \quad g = Y_b^{\mu}.$$

动力学方程式变为

$$\dot{v} = f + gu,$$

将上式进行反馈线性化的输入为

$$u = g^+ (\tilde{u} - f),$$

其中 g^+ 为 g 的广义逆矩阵. 控制方程 (14) 变为

$$\begin{cases} \dot{q} = v^{\alpha} e_{\alpha}, \\ \dot{v}^{\mu} = \tilde{u}. \end{cases} \quad (19)$$

5.2 9 模块蛇形机器人动力学与控制统一模型

Prautsch 和 Mita 分析过, 当力矩作为输入时, 避免蛇形机器人的奇异位型蛇形机器人的最小模块数为 4^[9], 本章利用前面介绍的方法建立 9 模块蛇形机器人的动力学和控制统一模型, 并进行仿真分析.

如图 3 所示, 9 模块平面蛇形机器人的头部坐标为 (x, y) , 构型空间为 $q = (x, y, \theta, \phi_1, \dots, \phi_8)$, 这个构型空间是一个维数为 11 的流形. 每个模块的长度为 $2l$, 质量为 m , 假设质心在中心, 考虑到电机分布在模块的两侧, 为了计算的方便我们假设平面转动惯量为 $J = ml^2$. 利用 (15) 式, 得到正交垂直

归一化基底

$$\begin{cases} X1 = \frac{1}{\sqrt{9m}} \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\sin \theta}{l} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{l} \sum_{i=1}^8 (-1)^i \sin \left(\theta + (-1)^k \sum_{k=0}^{i-1} \phi_k \right) \frac{\partial}{\partial \phi_i} \right. \\ \quad \left. + \frac{1}{l} \sum_{i=1}^8 (-1)^i \sin \left(\theta + (-1)^k \sum_{k=0}^i \phi_k \right) \frac{\partial}{\partial \phi_i} \right), \\ X2 = \frac{1}{\sqrt{9m}} \left(\frac{\partial}{\partial y} - \frac{\cos \theta}{l} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{l} \sum_{i=1}^8 (-1)^{i-1} \cos \left(\theta + (-1)^k \sum_{k=0}^{i-1} \phi_k \right) \frac{\partial}{\partial \phi_i} \right. \\ \quad \left. + \frac{1}{l} \sum_{i=1}^8 (-1)^{i-1} \cos \left(\theta + (-1)^k \sum_{k=0}^i \phi_k \right) \frac{\partial}{\partial \phi_i} \right). \end{cases} \quad (20)$$

令 V_{head} , 为蛇形机器人头部速度, 则由基底得到速度与伪速度的关系为: $v = \sqrt{9m} V_{\text{head}}$. 由 (16) 式得到非完整联络, 其中不为零的分量为

$$\begin{aligned} \tilde{\Gamma}_{12}^1 &= -\tilde{\Gamma}_{11}^2 = \frac{1}{9\sqrt{9ml}} \left(\sum_{i=0}^8 (17-2i) \sin(\theta + \sum_{k=0}^i (-1)^k \phi_k) \right), \\ \tilde{\Gamma}_{21}^2 &= -\tilde{\Gamma}_{22}^1 = \frac{1}{9\sqrt{9ml}} \left(\sum_{i=0}^8 (17-2i) \cos(\theta - \sum_{k=0}^i (-1)^k \phi_k) \right). \end{aligned} \quad (21)$$

由 (14) 式得到 9 模块蛇形机器人的动力学与控制统一模型为

$$\begin{cases} \dot{q} = v_1 X_1 + v_2 X_2, \\ \begin{bmatrix} \dot{v}_1 \\ \dot{v}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} av_1 v_2 - bv_2^2 \\ -av_1^2 + bv_1 v_2 \end{bmatrix} + Y u, \end{cases} \quad (22)$$

其中 $a = \tilde{\Gamma}_{12}^1, b = \tilde{\Gamma}_{21}^2, Y$ 取 (17) 式, 其中 $i = 1, \dots, 8, u = [u_1, \dots, u_8]^T$.

5.3 9 模块蛇形机器人头部跟踪控制及仿真研究

利用上一节得到的 9 模块蛇形机器人动力学与控制统一模型 (22) 设计蛇形机器人头部轨迹跟踪控制器. 假设要跟踪的轨迹为 r_{ref} . 由 (19) 和 (22) 式得到

$$u = g^+ (\tilde{u} - f), \quad (23)$$

其中 g^+ 为广义逆矩阵, 可实现指数稳定控制的 \tilde{u} 为

$$\tilde{u} = \ddot{r}_{\text{ref}} + k_d (\dot{r}_{\text{ref}} - \dot{r}) + k_p (r_{\text{ref}} - r), \quad (24)$$

其中 k_d 和 k_p 为控制参数. 我们利用 Matlab 对其进行数值仿真, 跟踪轨迹设置为 $r_{\text{ref}} = (-0.1t, 0.2 \sin(\frac{\pi}{12}t))$ 仿真参数如表 1 所示. 其中 k_d 和 k_p 为任意正数. 由于闭环控制初始值也可任意取, 此处取蛇形机器人接近直线附近构型.

图 4 为蛇形机器人在控制器作用下轨迹图. 其中实线为要跟踪的轨迹, 虚线为蛇形机器人头部的实际轨迹. 仿真显示, 在控制器作用下, 蛇形机器人能稳定地跟踪所给的轨迹. 图 5 为 9 模块蛇形机器人关节角的变化情况. 从图中可看出, 开始的时候各关节角度呈现不规则的变化, 经过一段时间的调整, 各关节角度成周期性变化. 图 6 为 9 模块蛇形机器人关节力矩的变化情况. 从图中可看出来, 经过一定的调整之后, 蛇形机器人的关节力矩呈周期性变化.

表 1 9 模块蛇形机器人头部轨迹跟踪控制仿真参数

Table 1 Simulation parameters of trajectory tracking for a 9-modules snake-like robot

Parameter	Symbol	Value
Mass	m	0.5
Half length of single module	l	0.04
Control parameter	k_p, k_d	1, 10.0
Initial state	$[x, y, \theta, \phi_1, \phi_2, \phi_3, v_1, v_2]$	$[0, 0, 0, 0.1, -0.2, 0.1, 0, 0, 0, 0, 0]$

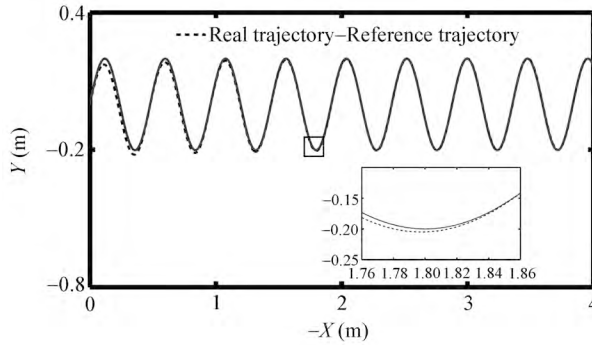


图 4 9 模块蛇形机器人头部跟踪轨迹

Figure 4 Head trajectory of a 9-modules snake-like robot

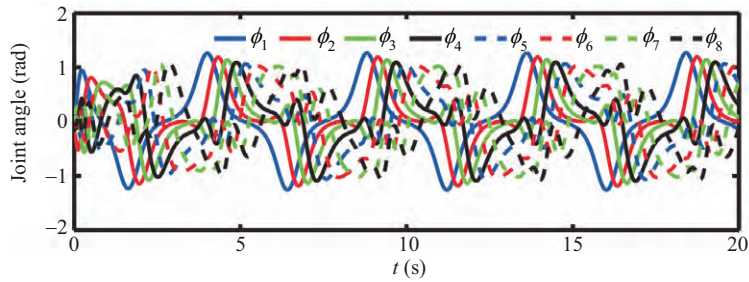


图 5 9 模块蛇形机器人关节角度

Figure 5 Joint angles of a 9-modules snake-like robot

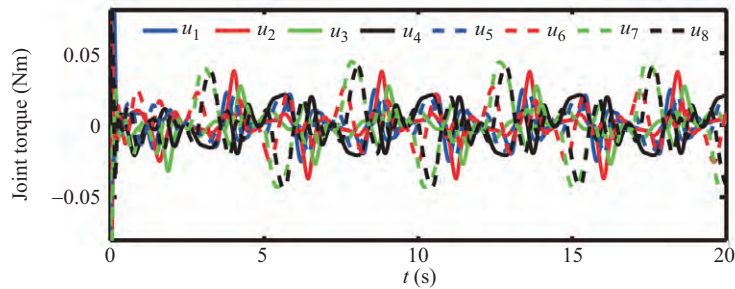


图 6 9 模块蛇形机器人关节力矩

Figure 6 Joint torques of a 9-modules snake-like robot

6 结论

本文基于微分几何的方法对带有被动轮的蛇形机器人进行建模, 简化了蛇形机器人动力学方程式, 并将动力学方程式化成标准的非线性控制方程, 得到了动力学与控制统一的方程式. 利用非线性控制中部分反馈线性化的方法, 将非线性控制转化成为线性控制, 使得控制器的设计得到大大简化. 另外, 本文从纤维丛的角度对基底的选择进行了建模, 利用垂直正交基底简化动力学方程的计算, 利用纤维之间的转换关系得到了具有物理意义的基底. 本文所提供的方法具有如下特征:

(1) 欧拉 — 拉格朗日方程在描述系统的动力学时并不是最有效的, 本文通过微分几何的方法赋予蛇形机器人的速度、力矩、动能以几何意义, 利用纤维丛理论将欧拉 — 拉格朗日方程扩展到任意基底下, 得到了动力学与控制统一的模型. 其中垂直正交归一化基底可以大大简化动力学方程的计算.

(2) 动力学与控制统一模型可以使得我们利用更多控制理论中的方法对蛇形机器人进行控制. 部分反馈线性化便是其中之一, 本文利用部分反馈线性化方法设计了 9 模块蛇形机器人头部轨迹跟踪控制器.

本研究将来的可能的工作为:

(1) 当蛇形机器人的模块数大于 4 且输入为力矩时, 这是一个输入冗余的系统. 利用冗余性可以对蛇形机器人的力矩进行优化控制. 带有被动轮的蛇形机器人力矩优化控制是非完整力学中非完整变分的典型例子, 因此可以利用非完整变分的方法得到最优控制.

(2) 本文建立了一个利用微分几何的方法研究动力学的框架, 这个框架不仅仅限于带有被动轮的非完整系统, 还可以用来研究完整系统. 关于这一点, 我们可以对无被动轮的蛇形机器人进行建模.

参考文献

- 1 Kelly S D, Murray R M. Geometric phases and robotic locomotion. *J Robot Syst*, 1995, 12: 417-431
- 2 Ostrowski J P. The mechanics and control of undulatory robotic locomotion. Ph.D. Dissertation. California Institute of Technology, 1996
- 3 Ostrowski J P, Burdick J. The geometric mechanics of undulatory robotic locomotion. *Int J Robot Res*, 1998, 17: 683-701
- 4 Matsuno F, Mogi K. Redundancy controllable system and control of snake robots based on kinematic model. In: *Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control*, Sydney, 2000. 4791-4796
- 5 Matsuno F, Sato H. Trajectory tracking control of snake robots based on dynamic model. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Barcelona, 2005. 3029-3034
- 6 Ishikawa M. Iterative feedback control of snake-like robot based on principle fiber bundle modeling. *Int J Adv Mech Syst*, 2009, 1: 175-182
- 7 Ishikawa M, Owaki K, Shinagawa M, et al. Control of snake-like robot based on nonlinear controllability analysis. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Control Applications*, Yokohama, 2010. 1134-1139
- 8 Shammass E A, Choset H, Rizzi A A. Geometric motion planning analysis for two classes of underactuated mechanical systems. *Int J Robot Res*, 2007, 26: 1075-1124
- 9 Prautsch P, Mita T. Control and analysis of the gait of snake robots. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Control Applications*, Kohala Coast, 1999. 502-507
- 10 Date H, Hoshi Y, Sampei M. Locomotion control of a snake-like robot based on dynamic manipulability. In: *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Takamatsu, 2000. 2236-2241
- 11 Date H, Hoshi Y, Sampei M, et al. Locomotion control of a snake robot with constraint force attenuation. In: *Proceedings of American Control Conference*, Arlington, 2001. 113-118
- 12 Ute J, Ono K. Fast and efficient locomotion of a snake robot based on selfexcitation principle. In: *Proceedings of 7th International Workshop on Advanced Motion Control*, Maribor, 2002. 532-539

- 13 Wang Z F, Ma S G, Li B, et al. A unified dynamic model for locomotion and manipulation of a snake-like robot based on differential geometry. *Sci Sin Inf*, 2011, 41: 190–206 [王智锋, 马书根, 李斌, 等. 基于微分几何的蛇形机器人移动与操作统一动力学模型研究. *中国科学: 信息科学*, 2011, 41: 190–206]
- 14 Lewis A D. When is a mechanical control system kinematic. In: *Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control*, Phoenix, 1999. 1162–1167
- 15 Maruskin J M, Bloch A M, Marsden J E, et al. A fiber bundle approach to the transpositional relations in nonholonomic mechanics. *J Nonlin Sci*, 2012, 22: 431–461
- 16 Bloch A M, Marsden J E, Zenkov D V. Quasivelocities and symmetries in nonholonomic systems. *Dyn Syst*, 2009, 24: 187–222
- 17 Bullo F, Zefran M. On mechanical control systems with nonholonomic constraints and symmetries. *Syst Control Lett*, 2002, 45: 133–143
- 18 Dragovic V, Gajic B. The Wagner curvature tensor in nonholonomic mechanics. *Regul Chaotic Dyn*, 2003, 8: 105–123
- 19 Fernandez O E, Bloch A M. The Weitzenbock connection and time reparameterization in nonholonomic mechanics. *J Math Phys*, 2011, 52: 012901
- 20 Spong M W. Partial feedback linearization of underactuated mechanical systems. In: *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Munich, 1994. 314–321

Dynamics-control unified model of a snakelike robot based on differential geometry

GUO Xian^{1,3}, MA ShuGen^{1,2}, LI Bin¹, WANG MingHui^{1*} & WANG YueChao¹

1 *State Key Laboratory of Robotics, Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China;*

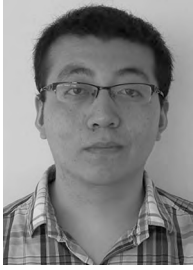
2 *Department of Robotics, Ritsumeikan University, Shiga-ken 525-8577, Japan;*

3 *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*

*E-mail: mhwang@sia.cn

Abstract Whereas the inputs for a snakelike robot are torques, the dynamics system is a nonlinear control system. With increasing modules in a snakelike robot, its nonlinear control system becomes complex and inconvenient for regulation and control. In this paper, the differential geometry method is used, and the Euler-Lagrange equations are extended to equations under any base. Thus, the dynamics equations are reduced to the standard affine control system, and the dynamics-control unified model is derived; this simplifies the regulation and control of the snakelike robot. Based on the unified model, a partial feedback linearization method is developed, and the head trajectory controller is designed. The configuration space of a snakelike robot corresponds to the manifold space, the velocity corresponds to the tangent space, the torque space corresponds to the cotangent space, and the kinematic energy provides a Riemann measure on the manifold. Thus, the dynamics of a snakelike robot can be described by Riemann geometry. Additionally, the passive wheels installed under the snakelike robot introduce the velocity constraint, which constrains the velocity space to a subspace of the tangent space. That is, the velocity space forms a distribution, and the dynamics system becomes a nonholonomic dynamics system. For a snakelike robot with passive wheels, the configuration is a Riemann manifold with a distribution. In the distribution, the appropriate base can be chosen to simplify the dynamics. In this paper, a base model is built based on the fiber bundle theory. Any set base is only a section in the fiber bundle. The orthogonal normalization technique is adopted to derive a set base that can simplify the dynamics calculation, and the dynamics-control unified model is derived. Finally, a nine-module snakelike robot is used as an example of the partial feedback linearization method.

Keywords snakelike robot, nonholonomic, differential geometry, dynamics control, fiber bundle



GUO Xian was born in 1986. He received his B.E. degree in mechanical engineering from Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, China, in 2009. Currently, he is a Ph.D. candidate at Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. His research interests include dynamics and control of robotics and snakelike robots.



MA ShuGen was born in 1963. He received his B.E. degree in mechanical engineering from Hebei Institute of Technology, Tianjin, China, in 1984, and his M.S. and Ph.D. degrees in mechanical engineering science from the Tokyo Institute of Technology, Tokyo, Japan, in 1988 and 1991, respectively. His current research interests include the design and control theory of new types of robots and biorobotics. He is an Editor

of Advanced Robotics.



LI Bin was born in 1963. He received his M.S. degree in mechanical science from China Mechanical University, Shenyang, China, in 1988. Currently, he is a Professor in the State Key Laboratory of Robotics. His current research interests include rescue robotics and biorobotics.



WANG MingHui was born in 1980. He received his B.E. degree in computer applications from Liaoning University, Shenyang, China, in 2002, and his Ph.D. degree in mechatronics from Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang, in 2007. Currently, he is an Assistant Professor at Shenyang Institute of Automation. His current research interests include reconfigurable robots and modular robots. He is a member of IEEE.