

Dynamic Analyses of a Parallel Planer

Hongjun Liu¹, Bin Liu¹, Changlong Ye¹, Chunying Jiang²

¹⁾ Shenyang Institute of Aeronautical Engineering Shenyang 110136
E-mail: nickliu@sohu.com

²⁾ Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Science, Shenyang 110016

Abstract—Parallel kinematic planer is a new type of PKM. Dynamic character analyses are important to the parallel kinematic mechanism's control. The paper reviews the conceptions of the PKM's dynamic and its analyses method. Then based on this introduction, the paper describes a kind of a 4-dof parallel kinematic mechanism by D-H method. Then can utility the traditional technology which is effectively used in serial robot to analyze the parallel kinematic mechanism. By these describes, the paper adopts Newton-Euler to make the mechanism's dynamic model, and meanwhile the detail calculation process is present too. Finally the paper simulates the dynamic model by the Matlab software. The simulation results indicate the mechanism's dynamic character and are same as actual controlling.

Keywords—Parallel kinematic planer, Dynamic, D-H method, Newton-Euler

并联刨床动力学分析

刘红军¹ 刘彬¹ 叶长龙¹ 姜春英²

¹⁾ 沈阳航空工业学院 沈阳 110136

²⁾ 中国科学院沈阳自动化研究所 沈阳 110016

摘要 并联刨床是将一种并联机构与龙门刨床相结合的产物,动力学特性分析对并联机床的控制很重要.本文对并联机床动力学概念及分析方法进行了介绍.在此基础上,采用D-H坐标对该机床各支链进行了表述,从而利用串联机器人中的相关成熟技术进行相关分析.采用牛顿-欧拉法建立了机床的动力学模型.最后采用Matlab对该动力学模型进行了仿真,仿真结果表明该机床动力学特性,且与实际加工情况基本吻合.

关键词 并联刨床, 动力学, D-H坐标, 牛顿-欧拉法

1 引言(Instructions)

并联机床的动力学方程是并联机床动力学分析、整机动态设计、机构控制器设计和动态仿真以及驱动电机选择的基础.相应的动力学分析方法包括牛顿-欧拉法、拉格朗日法、凯恩方程、阿沛尔方程、广义达朗贝尔原理等.各种算法都各具其特点,各种动力学分析方法的应用都依据具有最快的计算速度,满足具体不同机构的动力学分析及控制要求.其中牛顿-欧拉方程、拉格朗日方程和凯恩方程为常用的平面机构和空间机构(例如机器人串联机构和并联机构等)的动力学分析方程[1-9].三种算法都是等价的,即三种算法若采用统一的数学工具(例如向量表示),则能得到完全相同的动力学方程[1].动力学分析的关键不在于寻找基于不同力学方程的方法,而在于根据不同机构的具体要求,用相应的数学公式得出最少计算量的算法.通常没有中间运算过程具有完整形式的动力学公式具有最少的计算量.从控制分析

和机构综合角度来看,完整形式的动力学应该有明显的物理意义.

并联刨床动力学分析分为正问题和逆问题两种.其正问题是指已知机构各主动关节(即四个滑块)上的广义驱动力随时间(或位形)的变化规律,求解机构的运动轨迹以及轨迹上各点的速度和加速度;而动力学的逆问题则刚好相反,是指已知通过轨迹规划(即并联刨床的加工轨迹)给出的运动路径以及各点的速度和加速度,求解驱动器提供给主动关节(四个滑块)随时间(或位形)变化的广义驱动力.

传统串联机器人动力学方程的建立过程中,一般采用D-H坐标方法,通过通用的D-H坐标来描述各杆件及其运动,并进而采用某一种动力学分析方法以一定的通用形式从D-H坐标构造出动力学方程.这方面的方法已经较为成熟,因此考虑利用传统串联机器人中建立动力学方程的相关技术来建立并联刨床的动力学方程是比较有价值的.而动力学分析方法中,牛顿-欧拉方法虽然

推导过程复杂,但是运算量小、概念清晰,而且可求出各构件的支反力,这对机床各构件的设计校核是必要的。

本文中的并联刨床是将一种龙门形式的并联机床用于刨削加工。该种形式的并联机床用于刨削加工有其特有优势。本文在对刨削加工运动特点分析的基础上,参照文献[4]思想建立各支链局部坐标,利用牛顿-欧拉法和动力学普遍方程建立各运动部件的动力学方程,并在对支链动力学方程进行简化推导的基础上构造并联刨床的动力学方程。

2 并联刨床的动力学模型建立 (Dynamic Model of the Parallel Kinematic Planer)

2.1 机构描述 (Description of Mechanism)

该机构由动平台、四条支链及固定平台组成。动平台在 T1, T2, T3, T4 分别用球铰链与 4 个连杆相连, 4 个连杆的另一端分别在 S1、S2、S3、S4 用铰链与沿机架移动的四个滑块相连, 其中 S3、S4 处的运动副为 1 自由度的转动副 (R), S1、S2 处的运动副为 2 自由度的万向铰链 (U)。此种构型可实现绕 X、Y 转动和 Y、Z 方向的平动四个自由度。

2.2 机床加工运动分析 (Machine's Cutting Movement Analysis)

刨削加工从控制方式上分三轴刨削和多轴刨削,按运动方式上分工件母线为直线的刨削和母线为曲线的刨削。其中对母线为直线的刨削来说,其加工中主要运动部件为水平滑台,并联机构部分仅在非切削状态作微量进给,因此刨削加工时动力学方程中可仅考虑滑台的运动,为单自由度系统,受力也可按单方向力处理。并联机构部分所受力主要为 X、Z 向的力和由此带来的绕 Y 轴的力矩。在进给运动中动力学方程中不包含切削力。对于母线为曲线的刨削加工来说,加工中的运动部件为并联机构部分、平面约束部分和水平滑台,其中水平滑台的运动与并联机构部分的运动解耦,因此单独考虑。所受力为 X、Z 向的力和绕 Y、X 轴的力矩。下面基于对母线为曲线的刨削加工构造并联刨床的动力学方程。母线为直线的情况下的力学方程可在此基础上将各速度、加速度置零来简化获得。

2.3 机床的动力学参数 (Mechanism's Dynamic Parameters)

如图 1 所示,建立机床的一个支链的局部坐标。机床的各个支链形式相似,每条支链由滑块、定长杆运动构件及一个动平台运动构件和平动约束机构组成,各构件的具体尺寸表示可参见文献[10]。

该并联刨床的动力学建模可分成三部分:并联机构部分、平动约束部分以及滑动工作台。其中滑动工作台仅仅是一个单方向的平动运动,动力学非常简单,且属

于单独控制,因此不在这里讨论;平动约束机构的运动与并联机构部分的运动是通过动平台的一部分结合到一起的,动平台为两部分,其中与平动约束机构相联接的部分构成平面六杆机构,且约束机构是被动构件,不包含主动力,因此本文中将其等效质量和等效惯量添加到机床的动平台上,这样在下面的并联机构部分的动力学方程中的推导中将不再单独列出这一项;各支链形式上是不一样的,其中 2, 3 支链为 PRR 形式, 1, 4 支链为 PUS 形式,为了便于构建统一形式的动力学方程,将四个支链都统一表示为 PUS 形式,建立各支链的局部坐标表示,如图 1 所示。

从图中可以看到,并联机构的每条支链都被看成从静坐标系到动平台的末端坐标系的串联机构,串联机构中的各关节及构件按并联机构各支链的实际情况设定,这样就可将并联机构的各个链统一以串联链来分析,可以充分利用到串联机构中相对成熟的技术来做些分析,简化并联机构动力学方程的推导。

2.4 支链各构件的速度分析 (Chains' Part Velocity Analysis)

在进行动力学分析之前,首先需要分析并联机构各运动部件的运动。动平台速度(质心速度及角速度)矢量方程:

$$\mathbf{v} + (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R} \mathbf{t}_i) - v_{si} \mathbf{u}_i^s - l_i \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{l}_i = \mathbf{0} \quad (1)$$

式中, \mathbf{l}_i 为定长杆单位向量; l_i 为杆长; v_{si} 为滑块速度,为标量; \mathbf{u} 为丝杠单位向量; $\boldsymbol{\omega}_i$ 为定长杆的转动角速度向量。则滑块的速度:

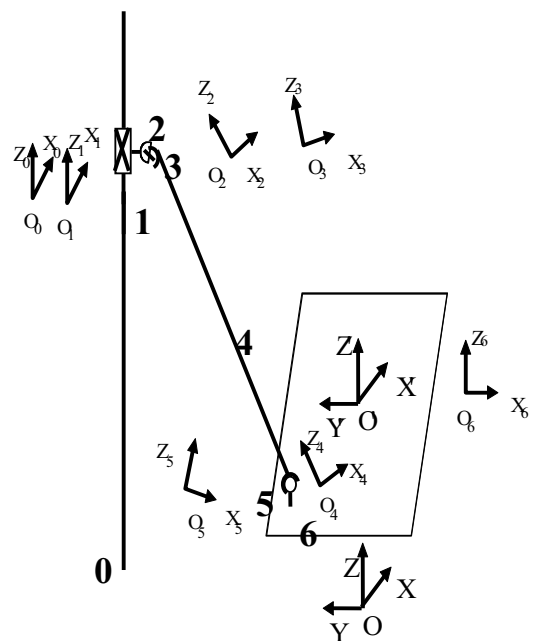


图 1: 支链各局部坐标系

$$\mathbf{v}_s = \mathbf{J} \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中 \mathbf{J} 为雅可比矩阵。

由矢量运算规则及对时间求导, 可求得定长杆的角速度 $\boldsymbol{\omega}_i$, 滑块的加速度 a_s , 杆子的角加速度 $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ 。而杆子的质心 (近似看成中心点) 的速度、加速度可由刚体运动求得:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{cn}^i &= \mathbf{v}_s^i + \frac{1}{2} l_i \boldsymbol{\omega}_i \\ a_{cn}^i &= a_s^i + \frac{1}{2} l_i \boldsymbol{\varepsilon}_i \times \mathbf{l}^i + \frac{1}{2} l_i \boldsymbol{\omega}^i \times (\boldsymbol{\omega}^i \times \mathbf{l}^i) \\ &= \frac{1}{2} (a_s^i + a_b^i) \end{aligned} \quad (3)$$

式中, a_b 为动平台上铰链点的中心点加速度。

2.5 机构牛顿方程的建立 (Establishment of Newton Equation of the mechanism)

牛顿第二定律和欧拉方程是建立牛顿-欧拉动力学模型的基础, 系统动力学中的各个参量涉及到两个坐标系, 在两个主矢和主矩平衡方程中, 各参量应该相对于同一个坐标系。这里考虑到系统受到的切削力及动平台的加速度描述一般是以静坐标系描述, 而力矩、角加速度一般以动坐标系描述, 因此本文将牛顿方程建立在静坐标系上, 而将欧拉方程建立在动坐标系上。

取第 i 个支链中的构件 k 为研究对象, 在各自坐标系中其力平衡方程如下:

$${}^k F_k^i - {}^k R_{k+1}^i {}^{k+1} F_{k+1}^i - m_k {}^k g = m_k {}^k a_{ck}^i \quad k=1-5 \quad (4)$$

式中:

左上标 k 及 $k+1$ 为各量所在的坐标系;

右上标 i 为支链序号;

下标 c 表示构件的质心;

${}^k R_{k+1}^i$ 为坐标系 $k+1$ 到坐标系 k 的旋转变换矩阵;

F_k 为第 $k-1$ 个构件对第 k 个构件的作用力;

$m_k {}^k a_{ck}^i$ 为第 i 支链中的第 k 构件的惯性力。

根据上式, 以第 i 个支链为例得各活动构件的力平衡方程:

$$\begin{aligned} {}^1 F_1^i - R_2^i {}^2 F_2^i - m_1 {}^1 g &= m_1 {}^1 a_{c1}^i \\ {}^2 F_2^i - R_3^i {}^3 F_3^i - m_2 {}^2 g &= m_2 {}^2 a_{c2}^i \\ {}^3 F_3^i - R_6^i {}^6 F_{36}^i - m_3 {}^3 g &= m_3 {}^3 a_{c3}^i \end{aligned} \quad (5)$$

式中:

${}^1 F_1^i$ 为机床框架上的驱动电机对滑块的驱动力在坐标系 1 (滑块坐标系) 中的表示;

${}^2 F_2^i$ 为滑块对万向铰的力在构件 2 坐标系中的表示;

${}^6 F_{36}^i$ 为定长杆通过球铰对动平台的作用力在坐标系 6 下的表示。

在动平台的坐标系 $\{P\}$ 下该力可表示为:

$${}^p F_{36}^i = {}^p R_6^i {}^6 F_{36}^i \quad (6)$$

通过对这三个构件的力平衡方程进行合并将中间环节消去, 可得到下式:

$$\begin{aligned} {}^p F_{36}^i &= {}^p R_1^i ({}^1 F_1^i - m_1 {}^1 a_{c1}^i) - \sum_{n=2}^3 {}^p R_n^i m_n {}^n a_{cn}^i - \sum_{n=1}^3 m_n {}^p g \\ &= {}^p F_1^i - \sum_{n=1}^3 m_n a_{cn}^i - \sum_{n=1}^3 m_n {}^p g \end{aligned} \quad (7)$$

上面的各个活动构件的力平衡方程都是在各自的坐标系下建立起来的, 其中涉及到很多坐标变换, 而实际应用中, 一般仅仅建立动 (动平台)、静 (基座) 两个坐标系, 而且, 机床动平台的位移、速度、加速度及所受到的力通常都是以静坐标系来衡量, 因此, 可以考虑在静坐标系 $\{S\}$ 下建立各活动构件的力平衡方程。以动平台为研究对象, 在静坐标系 $\{S\}$ 下建立其力平衡方程:

$$\sum_{i=1}^4 {}^S F_{36}^i + {}^S F_E - (M + m) {}^S g = (M + m) {}^S a_{cp} \quad (8)$$

式中:

${}^S F_E$ — 作用在动平台上的广义外力在静坐标系下的表示;

M — 动平台的质量;

m — 动平台上电主轴、平面约束机构及刀具的质量;

${}^S a_{cp}$ — 动平台的质心加速度 (相对静坐标系);

$${}^S F_{36}^i = {}^S R_p^i {}^p F_{36}^i \quad (8-a)$$

将式 (7) 和式 (8-a) 代入式 (8) 得:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^4 [{}^S F_1^i - \sum_{n=1}^3 m_n {}^S a_{cn}^i - \sum_{n=1}^3 m_n {}^S g] + {}^S F_E - (M + m) {}^S g \\ = (M + m) {}^S a_{cp} \end{aligned} \quad (9)$$

设主动驱动对定长杆的力 ${}^S F_{dl}^i$ 始终沿定长连杆的轴向, 而真正有效驱动力为电机带动滚珠丝杠进而驱动滑块的力, 该力的方向为沿滚珠丝杠的轴向, 对于机床来说, 为垂直向上, 即为主驱动力的垂直方向的分力 ${}^S F_{dl}^i$, 则二力之间有如下关系:

$${}^S F_1^i = \frac{{}^S F_{dl}^i}{({}^S s^i)^T {}^S b^i} \quad (10)$$

式中:

${}^S s^i$ —支链 i 中定长连杆的轴向单位矢量在静坐标系 $\{S\}$ 中的表示;

${}^S b^i$ ——支链 i 中滚珠丝杠的轴向单位矢量在静坐标系 $\{S\}$ 中的表示。

将上式带入式(9)得:

$$\sum_{i=1}^4 \frac{{}^S F_{dl}^i}{({}^S s^i)^T {}^S b^i} = \sum_{i=1}^4 \left(\sum_{n=1}^3 m_n {}^S a_{cn}^i \right) + 4 \sum_{n=1}^3 m_n {}^S g - {}^S F_E + (M+m) {}^S g + (M+m) {}^S a_{cp} \quad (11)$$

2.6 机构欧拉方程的建立 (Establishment of Euler Equation of the Mechanism)

与力平衡方程类似, 在这里也是对第 i 个支链中的构件 k 列写力矩平衡方程。考虑到力矩用动坐标表示比较方便, 因而有:

$${}^k M_k^i - {}^k R_{k+1}^{i, k+1} M_{k+1}^i + {}^k r_k^i \times ({}^k F_{ck}^i + m_k^k g) - {}^k l_k^i \times ({}^k R_{k+1}^{i, k+1} F_{k+1}^i) = {}^k \omega_k^i I_k^i \omega_k^i + {}^k I_k^i \varepsilon_k^i \quad (12)$$

式中:

${}^k M_k^i$ —第 $k-1$ 构件对第 k 构件的力矩在构件 k 所在坐标系 $\{C_k\}$ 下的表示;

${}^k r_k^i$ —第 i 支链中构件 k 所在坐标系原点到其质心的矢量;

${}^k F_{ck}^i$ —第 i 支链中构件 k 的惯性力, 即 ${}^k F_{ck}^i = m_k^k a_{ck}^i$;

${}^k l_k^i$ —构件 k 坐标系 $\{C_k\}$ 原点到构件 $k+1$ 坐标系 $\{C_{k+1}\}$ 原点的矢量;

${}^k I_k^i$ —构件 k 对应于坐标系 $\{C_k\}$ 的惯量矩阵;

${}^k \omega_k^i, {}^k \varepsilon_k^i$ —构件 k 的角速度和角加速度。

下面以动平台为研究对象, 在动坐标系 $\{P\}$ 中列写其力矩平衡方程。当动坐标系与质心重合时, 动平台的重力所带来的力矩为零, 故有:

$${}^P M_E + {}^P r_E \times {}^P F_E + \sum_{i=1}^4 ({}^P r^i \times {}^P F_{36}^i) = {}^P \omega_P I_P \omega_P + {}^P I_P \varepsilon_P \quad (13)$$

其中:

${}^P M_E$ —为动平台所受的外力矩, 即机床加工时的切削力矩;

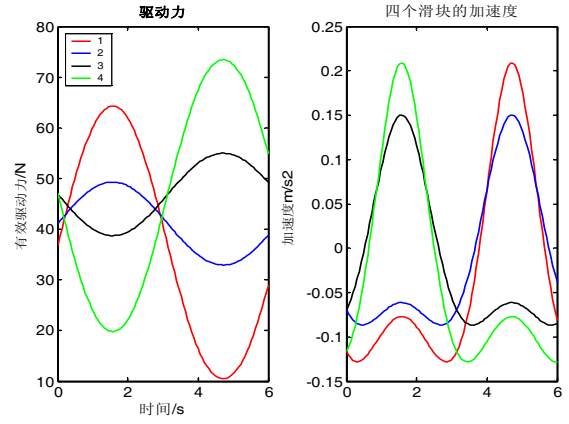
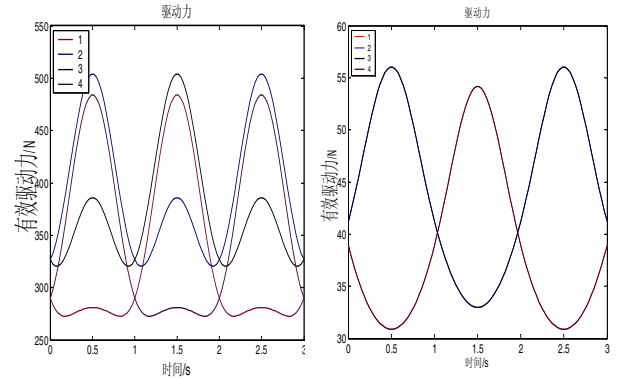


图 2: 动平台平动时等效驱动力



a) 绕 X'轴转动

b) 绕 Y'轴转动

图 3: 动平台旋转运动时等效驱动力

${}^P r_E$ —为动平台所受到的外力力臂, 表示为动坐标系下外力作用点的位置矢量;

${}^P r^i$ —为第 i 支链中定长杆子对动平台力的力臂, 表示为动坐标系下的动平台上的铰链中心的位置矢量;

${}^P I_P$ —为动平台相对于动坐标系的等效转动惯量矩阵;

${}^P \omega_P, {}^P \varepsilon_P$ —为动平台相对于动坐标系的角速度和角加速度。

将式(6)代入式(13)并整理得:

$$\sum_{i=1}^4 ({}^P r^i \times {}^S F_1^i) = {}^P \omega_P I_P \omega_P + {}^P I_P \varepsilon_P + \sum_{i=1}^4 [{}^P r^i \times \sum_{n=1}^3 m_n ({}^P a_{cn}^i - {}^P g)] - {}^P M_E - {}^P r_E \times {}^P F_E \quad (14)$$

至此, 并联刨床动力学方程建立起来, 当给定并联刨床动平台的运动, 可以得到电机的驱动力。

3 仿真实例(Simulation)

2.7 基本参数(Basic Parameters)

机构基本几何参数可参见文献[10]; 机构动平台惯量矩阵:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 3.2399894 & 0 & 0 \\ 0 & 4.4132485 & 0 \\ 0 & 0 & 3.2399892 \end{bmatrix} \times 10^4$$

动平台质量 50kg, 杆 1、4 质量 12kg, 杆 2、3 质量 15kg, 滑块质量 10kg, 约束机构质量。

2.8 驱动力仿真

$$\text{设动平台按照下式作运动时, } \begin{cases} x(t) = 0 \\ y(t) = 0.2 \times \sin(t) \\ z = 0.3 \end{cases}$$

姿态角保持 0° , 则并联刨床的驱动滑块的加速度和滚珠丝杠的等效驱动力如图 2 所示。当动平台绕 X 轴和 Y 轴转动时的等效驱动力, 如图 3 所示。其中绕 X' 转动时, 如图 3a 所示, 支链中, 1 与 4, 2 与 3 支链受力变化情况相同, 但是有一定的滞后; 而绕转动时, 如图 3b 所示, 1 与 4, 2 与 3 支链受力变化情况完全相同。这主要是由机构的对称配置所决定的。

从各仿真图形中的驱动力的曲线可以看到, 机床的驱动力呈连续平滑曲线变化, 变化平稳, 起点和终点之间能平滑过渡, 因此没有冲击。由于机床的各支链采用的对称配置, 因此, 相应的支链力的变化也具有一定的对称性。

4 结论

本文对一种并联刨床的动力学问题进行了介绍, 基于牛顿-欧拉方法对其并联机构部分的动力学进行了研究。在对机构中运动部件的速度、加速度、角速度、角加速度进行了分析的基础上, 通过串联机构分析中的方法对并联支链进行了分析, 利用牛顿-欧拉法列写了本机构的动力学方程, 最后针对该机床进行切削加工中的实际工作情况, 在给定几种运动情况下, 对机构的等效驱动力变化进行了仿真。结果表明机床的驱动力呈现连续平滑的曲线变化, 变化平稳。在今后的研究中, 将利用该动力学模型, 对机构进行进一步优化设计, 同时对该模型进行必要的完善。

参考文献(References)

- [1] 蔡自兴. 机器人学. 北京: 清华大学出版社, 2000.
- [2] 王洪波, 黄真. 六自由度并联机器人拉格朗日动力学方程. 机器人, 1990, 12 (1) :1-7
- [3] Dasgupta B, Choudhury P. A general strategy based on the Newton-Euler approach for the dynamic formulation of parallel manipulators. Mechanism and Machine Theory, 1999, 34(6):801-824
- [4] 孔令富, 张世辉等. 基于牛顿-欧拉方法的6-PUS并联机构刚体动力学模型. 机器人. 2004, 26(5): 395-399.
- [5] 韩佩富, 王常武等. 改进的6-DOF并联机器人 Newton-Euler动力学模型. 机器人, 2000, 22(4): 315-318.
- [6] 汪琦, 王立平等. 6-SPS型并联机床基于动态特性的优化设计. 中国机械工程. 2003, 14(11): 908-912.
- [7] Wang J. G, Gosselin C. M. Static Balancing of Spatial Four-Degree-of-Freedom Parallel Mechanisms. Mechanism and Machine Theory, 2000, 35 (6): 563-592.
- [8] Liu M. J., Li C. X., Li C. N. Dynamics Analysis of the Gough-Stewart Platform Manipulator. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2000, 16 (1): 94-98.
- [9] 张彦斐, 官金良, 李为民, 高峰. 一种6自由度冗余驱动并联机器人运动学分析及仿真[J]. 机械工程学报, 2005, 41(8): 144-148.
- [10] 刘红军, 龚民, 赵明扬. 一种四自由度并联机构的误差分析及其标定补偿[J]. 机器人. 2003, 25 (1) : 6-9