

# Study on kinematical Modeling, Control and Experiment of a Differential Waist Mechanism

Yanjie Li<sup>1</sup>, Zhenwei Wu<sup>2</sup>, Hua Zhong<sup>2</sup>

<sup>1</sup>) School of Mechanical Engineering, Shenyang Ligong University, Shenyang 110168(Email:lyjsyt@sina.com)

<sup>2</sup>) State Key Laboratory of Robotics, Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Science, Shenyang 110016

**Abstract**—Some biped or wheeled-base humanoid robots have waist mechanism in their body structures. Humanoid robots with waist mechanism have large workspace and high agility. A novel waist configuration with parallel driving motor was introduced in this paper. This waist mechanism is driven by the differential-gear closed transmission. It can realize its pitch and yaw motion separately and composite motion of pitch and yaw. The direct and inverse kinematic model of the waist mechanism was built and the Resolved Motion Rate Control Strategy based on the kinematic model of the waist mechanism was designed in this paper. The experimental research on the kinematic characteristic of the waist mechanism was also finished. The result shows the response speed of the waist mechanism is fast and the lowest space position tracing error is 0.1 degree.

**Keywords**— Differential waist mechanism, Kinematical model, Humanoid robot

## 差动腰部机构的运动学建模、控制与实验研究

李艳杰<sup>1</sup> 吴镇炜<sup>2</sup> 钟华<sup>2</sup>

<sup>1</sup>) 沈阳理工大学机械工程学院 沈阳 110168;

<sup>2</sup>) 中国科学院沈阳自动化研究所机器人国家重点实验室 沈阳 110016

**摘要:** 一些双足步行或者轮式仿人机器人的本体结构中具有腰部机构,腰部机构使得仿人机器人的工作空间更大,操作的灵活度更大。本文介绍了一种新型的并联驱动方式的腰部机构。这种腰部机构采用封闭式差动轮系驱动,既可以实现仿人机器人的俯仰或侧倾的单独运动,又可以实现俯仰和侧倾的复合运动。本文着重建立了该腰部机构的正反向运动学模型;基于运动学模型设计了腰部机构分解运动速度控制器;并对该腰部机构的运动学特性进行了实验研究。实验表明,该腰部机构具有较快的响应速度,空间位置跟踪误差最低可达0.1度。

**关键词:** 差动腰部机构,运动学建模,仿人机器人

### 1. 引言

一些双足步行或者轮式仿人机器人的本体结构中具有腰部机构,这种仿人机器人的工作空间更大,操作的灵活度更大。腰部机构在机器人的动态稳定运动中也起着关键性的作用。目前仿人机器人中常用的腰部机构均采用串联驱动方式的串联机构形式,这类腰部机构使机器人在操作

过程中成为一个超冗余系统,可以获得理想的工作空间和运动灵活性,但重心偏高,且由于误差累计、刚度较低等原因,手部的定位精度较低。

一种新颖的采用差动轮系封闭式传动机构的并联驱动方式的腰部机构,既可以实现仿人机器人的俯仰或侧倾的单独运动,又可以实现俯仰和侧倾的复合运动。和串联驱动方式的腰部机构相比,这种机构不仅有效地降低了腰部机构的重心及结构尺寸,而且在相同负载驱动能力下,可

国家“863”高科技资助项目(2001AA421170)

以有效地降低单电机的驱动功率。目前这种腰部机构已经用于中国科学院沈阳自动化所开发的仿人机器人中。

本文第一部分简要介绍了这一新型腰部机构的机械结构，第二部分建立了该腰部机构的正、反向运动学模型，第三部分设计了腰部机构的分解运动速度控制器，第四部分建立了腰部机构运动控制性能实验平台，并进行了实验研究。

## 2. 差动腰部机构的机械结构

本腰部机构由驱动电机、差动轮系、连杆、柔索组成，其中两个差动轮系采用了封闭式传动，如图 1 所示。整个腰部机构分为上板、中板、下板三部分结构。直流伺服电动机与差动轮系封闭传动系统等机械传动装置均安装在下板上。一个差动轮系存在 2 个自由度，两个差动轮系封闭传动后，系统仍然存在 2 个自由度，其中， $I_1$ 、 $I_2$  是驱动电动机， $A_1$ 、 $A_2$  是输出轴， $P_1$ 、 $P_2$  是加法器， $G$  是换向齿轮装置。腰部机构工作时， $I_1$ 、 $I_2$  通过  $P_1$  驱动  $A_1$  转动；同时， $I_1$ 、 $I_2$  通过  $P_2$  驱动  $A_2$  转动，如图 2 所示，输出轴  $A_1$  驱动连杆 1，连杆 1， $1'$  支撑在中间板的中心轴线上，上端与中间板固接，连杆 1 的下端与输出轴  $A_1$  连接，连杆  $1'$  通过铰链与下板相连。连杆 2， $2'$  一端与中间板固接，另一端与上板铰接， $2$ ， $2'$  两端分别连接在中间板与上板的中心轴线上，则上板随中间板作同步的俯仰运动，从而实现腰部的俯仰运动；柔索 3， $3'$  一端固接于上板的中心轴线上，另一端固接于输出轴  $A_2$  上，两者采用反向连接，即柔索 3， $3'$  运动方向相反，这样，由柔索 3， $3'$  驱动上板，实现侧倾运动。上板上面安装仿人机器人躯干等部件。

此差动轮系的输出轴  $A_1$ ， $A_2$  分别作为仿人机器人腰部的俯仰、侧倾运动的驱动轴。由于采用差动轮系封闭式传动，此仿人机器人腰部机构既可以实现双电动机驱动的俯仰或侧倾的单独运动，又可以实现俯仰和侧倾的复合运动。图 3 为该腰部机构的实物图。

## 3 差动腰部机构的运动学建模

### 3.1 驱动空间到关节空间的正、反向运动学

本腰部机构采用双电机经封闭式差动轮系并联驱动的方式实现俯仰、侧倾或复合运动，从驱动空间到关节空间存在运动转换。假定驱动空间两电机的转速分别为  $w_1$ ， $w_2$ ，关节空间中俯仰和侧倾两关节变量分别为  $q_1$ ， $q_2$ ，两关节转速即差动轮系的输出轴  $A_1$ ， $A_2$  的转速分别为  $\dot{q}_1$ ， $\dot{q}_2$ ，根据该差动轮系的工作原理，换向齿轮装置  $G$  起到了改变

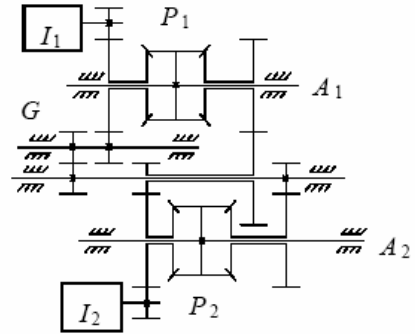


图 1 差动轮系封闭式传动机构

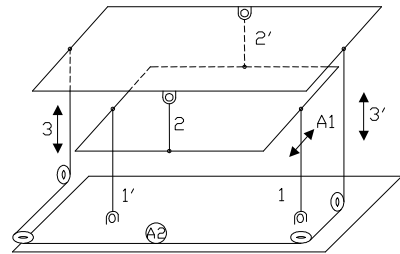


图 2 腰部机构示意图



图 3 腰部机构实物图片

旋转方向的作用，则差动轮系的输出轴  $A_1$ ， $A_2$  的速度，即俯仰和侧倾的关节速度分别为：

$$\dot{q}_1 = -\frac{1}{i_1} \frac{w_1 + w_2}{2} \quad (1)$$

$$\dot{q}_2 = -\frac{1}{i_2} \frac{w_1 - w_2}{2} \quad (2)$$

式中  $i_1$ ， $i_2$  分别为俯仰和侧倾的传动比。

公式 (1) 和公式 (2) 表达了该腰部机构从驱动空间到关节空间的运动速度转换关系，即当两驱动电机同向等速运动时，腰部机构只做俯仰运动；当两驱动电机反向等速

运动时，腰部机构只做侧倾运动；当两驱动电机转速不等时，腰部机构做复合运动。将公式(1)和公式(2)写成矩阵形式，即差动腰部机构驱动空间到关节空间的正向运动学表达式为：

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = J_{qw} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2i_1} & -\frac{1}{2i_1} \\ -\frac{1}{2i_2} & \frac{1}{2i_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$J_{qw}$  为差动机构驱动空间到关节空间的速度变换矩阵，该矩阵可逆。公式(3)可以变换为：

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = J_{qw}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i_1 & -i_2 \\ -i_1 & i_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

公式(4)即为腰部机构关节空间到差动驱动机构驱动空间的反向运动学表达式。

### 3.2 关节空间到操作空间的正、反向运动学

该腰部机构本质上仍是串联机构，其关节空间到操作空间的运动学变换关系简图如图4所示，依据串联机构末端连杆的位姿与关节变量之间的关系，列写腰部机构的D-H坐标参数如表1所示。

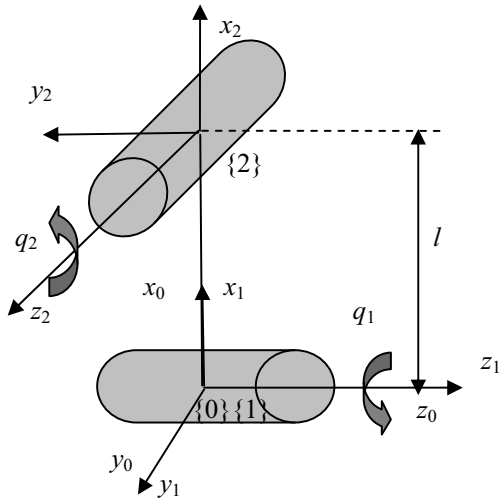


图4 腰部机构运动学简图

表1 腰部机构D-H参数表

连杆	$a_{i-1}$	$\alpha_{i-1}$	D	$\theta$	关节角度变化范围( $^\circ$ )
1(腰部俯仰)	0	0	0	$q_1(0)$	-5~45
2(腰部侧倾)	$l$	0	0	$q_2(0)$	-15~15

进而得到腰部机构关节空间到操作空间的正、反向运动学的封闭解如公式(5)~(7)所示：

$$\begin{bmatrix} {}^0\mathbf{R}_2 & {}^0\mathbf{P}_{20} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos q_1 \cos q_2 & -\cos q_1 \sin q_2 & -\sin q_1 & l \cos q_1 \\ \cos q_2 \sin q_1 & -\sin q_1 \sin q_2 & \cos q_1 & l \sin q_1 \\ -\sin q_2 & -\cos q_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$q_1 = a \tan 2(-r_{13}, r_{23}) \quad (6)$$

$$q_2 = a \tan 2(-r_{31}, -r_{32}) \quad (7)$$

式中  ${}^0\mathbf{R}_2$ ：腰部机构末端的姿态矩阵；

${}^0\mathbf{P}_{20}$ ：腰部机构末端的位置矩阵；

$q_1, q_2$ ：腰部机构俯仰和侧倾的关节变量；

$l$ ：腰部机构的高度。

### 3.3 雅克比矩阵

机器人的雅克比矩阵是指从关节空间到操作空间的运动速度的广义传动比，即

$$\mathbf{V} = \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}$$

式中  $\dot{\mathbf{q}}$ ——关节速度矢量；

$\dot{\mathbf{X}}$ ——操作速度矢量。

根据Whitney提出的计算机器人雅克比矩阵的矢量积方法，该腰部机构的两个关节均为旋转关节，其雅克比矩阵为：

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_1 \times ({}^0\mathbf{R}_1 {}^1\mathbf{P}_2) & \mathbf{Z}_2 \times ({}^0\mathbf{R}_2 {}^2\mathbf{P}_2) \\ \mathbf{Z}_1 & \mathbf{Z}_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$= \begin{bmatrix} -l \sin q_1 & l \cos q_1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin q_1 & \cos q_1 & 0 \end{bmatrix}^T$$

式中  ${}^i\mathbf{R}$ ：坐标系  $\{i\}$  相对于基坐标系  $\{0\}$  的旋转矩阵；

${}^i\mathbf{P}_2$ ：腰部机构末端坐标系的原点在坐标系  $\{i\}$  中的位置；

$\mathbf{Z}_i$ ：用基坐标系表示的坐标系  $\{i\}$  的Z轴的单位向量。

$\mathbf{J}(\mathbf{q})$  为高矩阵, 其秩数为 2, 即该腰部机构为欠自由度系统, 且有两个方向的运动可以任意指定, 其它方向为依赖方向。为保证雅克比矩阵在奇异点的连续性, 通常在可行运动空间采用精确解, 而在依赖方向进行插值。

本腰部机构绕  $z_0$  轴的旋转运动 (即俯仰运动) 和绕  $y_0$  轴的旋转运动 (即侧倾运动) 可根据实际操作任务进行任意的运动规划, 即这两个自由度方向构成了腰部机构的可行运动空间, 其他方向为依赖方向。

根据公式(8)得到雅克比分块矩阵分别为:

$$\mathbf{J}_1(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} 0 & \cos q_1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_2(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} l \sin q_1 & 0 \\ l \cos q_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\sin q_1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

结合公式(9)和(3), 得到该差动并联驱动的腰部机构从驱动空间到可行运动空间的速度转换关系如公式(10)所示。

$$\begin{bmatrix} \omega_{y_0} \\ \omega_{z_0} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_1(q) \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{J}_1(q) \mathbf{J}_{qw} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \mathbf{J}_0 \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$\mathbf{J}_0$ : 差动机构驱动空间到腰部机构可行运动空间 (俯仰和侧倾运动空间) 的雅克比矩阵。

$$\mathbf{J}_0 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2i_2} \cos q_1 & \frac{1}{2i_2} \cos q_1 \\ -\frac{1}{2i_1} & -\frac{1}{2i_1} \end{bmatrix} \quad (11)$$

可见,  $\mathbf{J}_0$  不仅与俯仰和侧倾运动的传动比有关, 还与俯仰运动的关节角位置有关。在允许的俯仰关节运动范围内  $\mathbf{J}_0$  是满秩的, 表明腰部机构不存在奇异形位。且当俯仰关节在  $q_1=0$  处作小范围运动时, 因  $\cos q_1 \approx 1$ ,  $\mathbf{J}_0$  可近似为一个只与传动比  $i_1, i_2$  有关的定常矩阵。这样对腰部机构的俯仰和侧倾的空间运动速度进行规划之后, 就可以求出腰部机构驱动空间两电机的期望速度, 实现腰部机构的运动学控制。

#### 4 基于分解运动速度控制的差动腰部控制器设计

分解运动速度控制是指各关节电机转速应相互配合以获得沿任意绝对坐标轴的手爪平稳运动。对差动并联驱动的腰部机构, 其末端俯仰和侧倾运动的速度与两驱动电

机的转速满足公式(10), 因  $\mathbf{J}_0$  是可逆的, 公式(10)可变换为:

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \mathbf{J}_0^{-1} \begin{bmatrix} \omega_{y_0} \\ \omega_{z_0} \end{bmatrix} \quad (12)$$

可见, 对腰部机构俯仰和侧倾的空间轨迹实施规划, 即给定腰部机构俯仰与侧倾运动的角速度  $\omega_{z_0}, \omega_{y_0}$ , 利用公式(12)便可以求出相应的两驱动电机的速度  $w_1, w_2$ 。据此, 本文采用分解运动速度控制的方法, 实现该差动腰部机构的空间闭环控制, 其分解运动速度控制框图如图 5 所示。在腰部机构上板下方安装倾角计以测定腰部机构的俯仰和侧倾的空间角位置, 角速度采用角位置的微分获得。

为提高腰部机构的轨迹跟踪精度, 驱动空间两电机必须具有较高的速度响应品质、位置跟踪精度并具有一定的抗干扰能力, 因此, 对两驱动电机实施电流反馈+速度 PI 控制+位置 P 控制的三环 (电流环、速度环及位置环) 控制策略, 电流环由伺服电动机驱动器的工作模式确定, 电机输出轴的角位移由增量式光电编码器获得, 速度由两个连续采样周期内的位置数据中近似计算出来, 驱动空间两伺服电机的三闭环控制框图如图 6 所示。

#### 5 差动腰部机构控制实验研究

本文利用 PC 机 CAN 卡构建了简单的 CAN 网络, 利用该网络不仅完成了腰部机构解耦及协调控制实验, 也成为本仿人机器人各关节控制性能的实验平台。

该平台选用一款单路智能 CAN 接口卡——PCI5110。它采用 32 位 33MHz 的 PCI 数据总线。其 CAN 控制器采用 PHILIPS 公司的 SJA1000T, CAN 收发器采用 PHILIPS 公司的 PCA82C250, CAN 控制器数据传送速率可编程, 最高可达 1Mbit/s。该接口卡提供了丰富的接口库函数, 方便用户编程。

系统软件由数据显示与操作、过程控制、CAN 卡数据收发三大部分组成。数据显示与操作界面以及 CAN 卡数据收发部分利用 VB6.0 软件编制。本系统 CAN 控制器的时钟频率为 16MHz, CAN 通信波特率为 320kbit/s。实验中底层控制器每 2ms 完成一次伺服电机的三闭环控制, 每 20ms 读取一次倾角计信息, 以获得腰部机构的空间位置, 与规划的空间轨迹进行比较, 完成一次空间闭环, 提高了腰部机构的空间伺服精度。

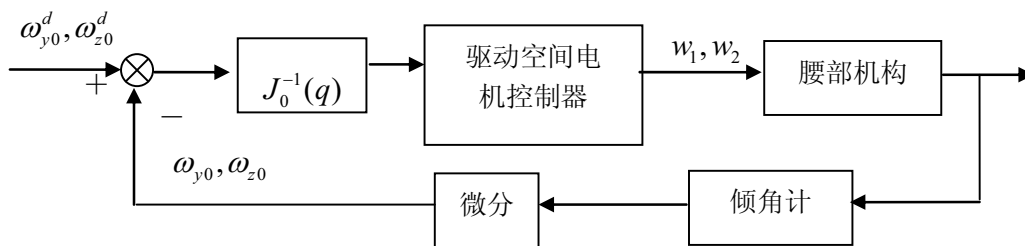


图 5 腰部机构分解运动速度控制框图

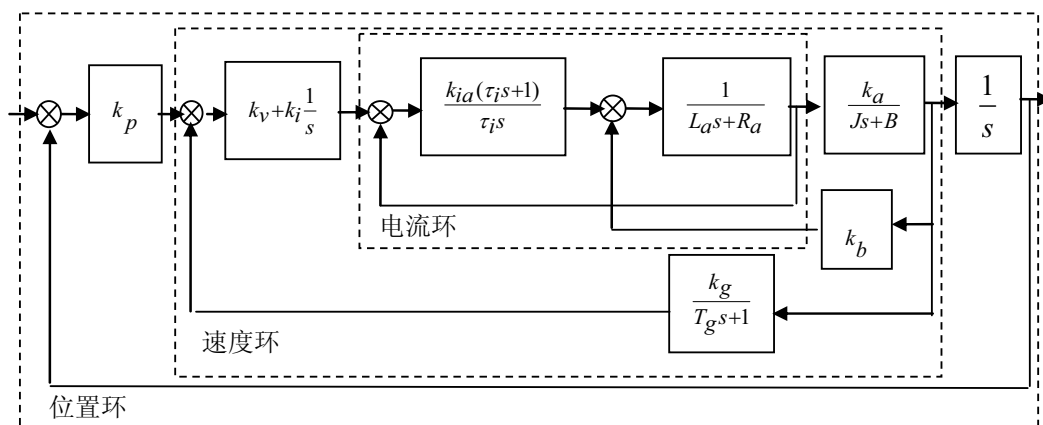


图 6 伺服电机三闭环控制框图

伺服电机控制中电流环的增益  $k_{ia}$  及时间常数  $\tau_i$  由 PWM 放大器的工作模式设定。本实验设定  $k_{ia} = 20$ ， $\tau_i = 11ms$ ，此时电流环的带宽为 200Hz。速度环和位置环的增益由底层控制器设定。

若规划腰部机构俯仰运动轨迹为：

$$\theta_{z0} = -12 + t(\text{度}) \quad \dot{\theta}_{z0} = 1\text{度/秒}$$

规划腰部机构侧倾运动轨迹为：

$$\theta_{y0} = -1 - 0.167t(\text{度}) \quad \dot{\theta}_{y0} = -0.167\text{度/秒}$$

机构运动时长为 6s。

采用分解运动速度控制算法，当速度环控制器为

$$k_v + k_i \frac{1}{s} = 500 + 5 \frac{1}{s}$$

位置环控制器为  $k_p = 13$  时，两驱动电机的速度响应曲线分别如图 7 和图 8 所示；腰部机构侧倾和俯仰的空间位置响应曲线如图 9 和图 10 所示。

经大量实验表明，合理选择控制器参数，该腰部机构空载时驱动电机具有较快的响应速度，空间位置跟踪误差最低可达 0.1 度。

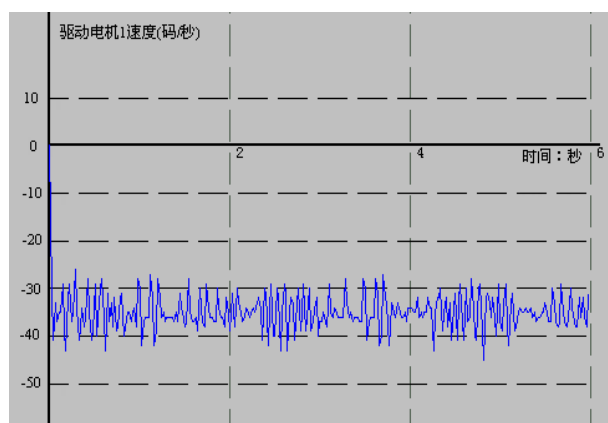


图 7 伺服电机 1 的速度响应曲线

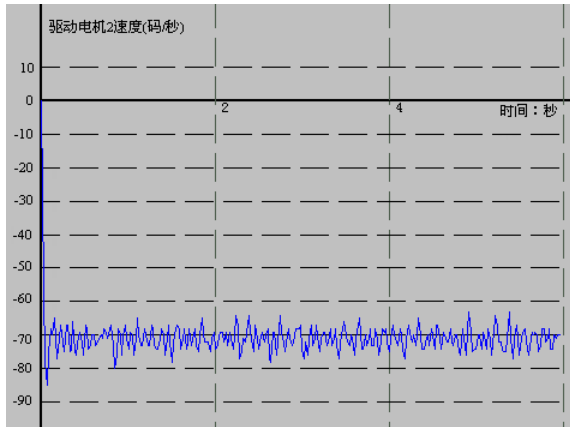


图 8 伺服电机 2 的速度响应曲线

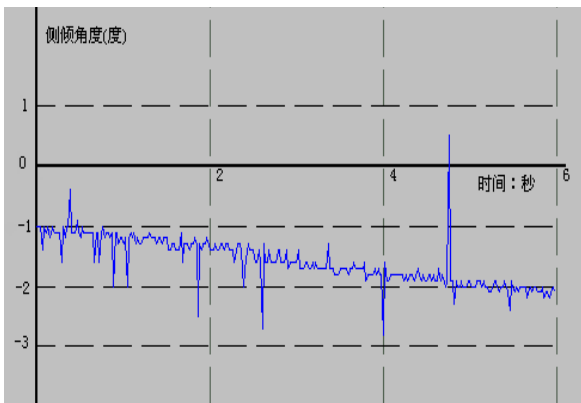


图 9 腰部机构侧倾位置曲线

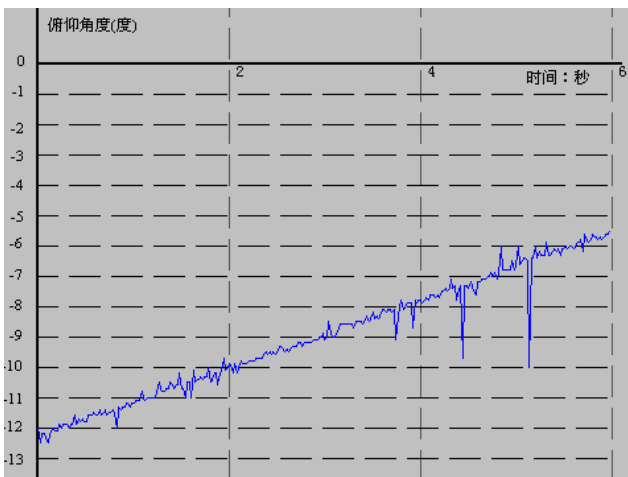


图 10 腰部机构俯仰位置曲线

## 6 结论

本文介绍了一种新型的差动并联驱动腰部机构，建立了该腰部机构的正反向运动学模型，给出了基于运动学的腰部机构分解运动速度控制策略。本文还建立了基于 CAN 卡的腰部机构性能实验平台，利用该平台完成了腰部机构分解运动速度控制策略的实验研究。目前，该腰部机构已经在仿人机器人中得到了实际应用，既可以实现俯仰或侧倾的单独运动，又可以实现俯仰和侧倾的复合运动。和串联驱动方式的腰部机构相比，这种机构不仅有效地降低了腰部机构的重心及结构尺寸，而且在相同负载驱动能力下，可以有效地降低单电机的驱动功率。

## 参 考 文 献

- [1] Hashimoto.S.,Narita S.,Kasahata.H ,et al. Humanoid Robots in Wadeda University——Hadaly-2 and WABIAN. *Autonomous Robots*, (12): 25~38,2002.
- [2] Toshio Morita, Hiroyasu Iwata, Shigeki Sugano. Development of Human Symbiotic Robot:WENDY. *Proc.of the 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. (4): 3183~3188,1999.
- [3] Satoshi Kagami, Koichi Nishiwaki, Tomomochi Sugihara. Design and Implementation of Software Research Platform for Perception-Action Intergration In Humanoid Robotics: H6. in *Proc. of the 2000 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA)*,(3):1559~1564, 2001.
- [4] K. Berns, T. Asfour, R. Dillmann. ARMAR: An Anthropomorphic Arm for Humanoid Service Robot. *Int. Conf. on Robotics & Automation, Detroit Michigan*,: 702~707,1999.
- [5] 谢涛, 徐建峰, 张永学, 强文义. 仿人机器人的研究历史、现状及展望. *机器人*, 24 (4): 367~374, 2002.
- [6] 付京逊. 机器人学. 北京: 中国科技教育出版社, 1989.
- [7] 赵铁军. 仿人机器人腰臂机构综合与建模研究[博士论文]. 沈阳: 中国科学院沈阳自动化所.2003.
- [8] 熊有伦 机器人学. 北京. 机械工业出版社,1993.
- [9] Scott Nortman, Antonio Arroyo, Michael Nechyba, et al. Penuman: A Humanoid Robot Implementation. *Florida Conference on Recent Advances in Robotics (FCRAR)*. 2002.
- [10] 李艳杰, 赵铁军, 谈大龙. 仿人机器人发展现状及其腰部机构研究. *机械科学与技术*,24(4): 400-403. 2005.