

## 基于迭代学习控制的鳗鱼机器人切向速度跟踪控制

张安翻<sup>1,2</sup>, 马书根<sup>1,3</sup>, 李斌<sup>1</sup>, 王明辉<sup>1</sup>, 常健<sup>1</sup>

(1. 中国科学院沈阳自动化研究所机器人学国家重点实验室, 辽宁 沈阳 110016;  
2. 中国科学院大学, 北京 100049; 3. 日本立命馆大学机器人系, 日本 滋贺 525-8577)

**摘要:** 鳗鱼机器人的动力学模型非线性强、高度欠驱动, 导致多关节鳗鱼机器人的切向速度跟踪控制极具挑战. 本文采用 P 型迭代学习控制与步态生成器相结合的方法对多关节鳗鱼机器人的切向速度进行跟踪控制. 首先, 采用解析牛顿-欧拉法建立非惯性系下的鳗鱼机器人动力学模型, 直接获得切向速度子动力学模型; 然后, 利用带饱和函数的 P 型迭代学习控制器控制步态参数, 并且利用复合能量函数和切向速度子动力学模型分析该控制器的收敛性, 得到切向速度跟踪误差的收敛条件; 最后, 提出鳗鱼机器人的运动控制框架, 并对多模块的鳗鱼机器人进行仿真和实验. 实验结果表明, 实际的切向速度随着迭代次数的增加而逐渐跟踪上了期望的切向速度, 故而验证了鳗鱼机器人切向速度跟踪控制器的有效性.

**关键词:** 鳗鱼机器人; 牛顿-欧拉建模; 非惯性系; 迭代学习控制; 切向速度控制

中图分类号: TP24

文献标识码: A

文章编号: 1002-0446(2018)-06-0769-10

## Tracking Control of Tangential Velocity of Eel Robot Based on Iterative Learning Control

ZHANG Anfan<sup>1,2</sup>, MA Shugen<sup>1,3</sup>, LI Bin<sup>1</sup>, WANG Minghui<sup>1</sup>, CHANG Jian<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Robotics, Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China;  
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;  
3. Department of Robotics, Ritsumeikan University, Shiga-ken 525-8577, Japan)

**Abstract:** Due to the strong nonlinear and high under-actuated of the dynamic model of the eel robot, the tracking control of tangential velocity of the multi-joint eel robot is very challenging. So, the P-type iterative learning control and the gait generator are combined to achieve the tracking control of tangential velocity of the multi-joint eel robot. Firstly, the dynamic model of the eel robot in non-inertial frame is established by using analytical Newton-Euler method, which can obtain the tangential velocity sub-dynamics model directly. Then, the convergence condition of tangential velocity tracking errors is obtained by adopting the P-type iterative learning controller with the saturated function to control the gait parameters, and using the composite energy function and the tangential velocity sub-dynamics model to analyze the convergence of the controller. Finally, the motion control framework of the eel robot is introduced and the multi-module eel robot is simulated and tested. The experiment results demonstrate that the actual tangential velocity can follow the desired tangential velocity as the iteration number increases, which verifies the effectiveness of the tracking controller of tangential velocity of the eel robot.

**Keywords:** eel robot; Newton-Euler modeling; non-inertial frame; iterative learning control; tangential velocity control

### 1 引言 (Introduction)

自然界中, 生物鳗鱼具有较高的游动效率和较强的灵活性. 受生物鳗鱼的启发, 研究人员一直致力于研究鳗鱼机器人或者具有类似结构的无固定基座的链式结构机器人的物理样机<sup>[1]</sup>、运动学和动力学建模方法<sup>[2]</sup>、运动控制方法<sup>[3-4]</sup>. 但鳗鱼机器人的动力学模型耦合度高、非线性强、欠驱动维数高等特点增加了精确运动控制器设计的难度, 其中包

括速度跟踪控制器设计.

鳗鱼机器人属于链式结构, 链式结构机器人的切向速度控制方法主要分为 4 类. 第 1 类是通过修改步态参数实现切向速度跟踪的开环控制方法, 也是目前最常用的控制方法. 即通过查表获得期望切向速度对应的关节角频率, 以实现切向速度控制<sup>[4-6]</sup>. 或者通过调整关节角幅值来达到跟踪切向速度的目的<sup>[7]</sup>. 缺点是, 在线修改步态参数如频率、振幅和相位差会导致关节角的不连续跳

跃, 常伴随着瞬时转矩变化和不平稳的电机转动. 第2类方法采用智能优化算法优化中枢模式发生器 (central pattern generator, CPG) 参数或者步态参数来实现速度跟踪<sup>[8-11]</sup>. 文[9]采用了无梯度的在线优化算法——Powell算法——结合CPG模型实现. 与其他的概率优化方法相比, 该方法的优点是收敛快速, 缺点是可能收敛到局部最优. 但是优化算法的运行时间接近60 min, 不利于在线优化. 文[10]采用遗传算法来优化步态参数, 在目标函数中加入了关于速度的惩罚函数项, 采用粒子群算法实现前进速度的优化. 这类方法应用在鳗鱼机器人上通常非常耗时. 第3类是无模型的常规控制方法. 例如离散比例-积分-微分 (proportional-integral-derivative, PID) 控制和模糊逻辑控制等闭环控制方法<sup>[12]</sup>, 以及具有比例-积分结构的速度控制器<sup>[13]</sup>. 第4类是基于简化动力学模型的控制方法<sup>[14-15]</sup>. Suebsaiprom等<sup>[14]</sup>将机器鱼简化为4个连杆, 采用线性化的机器鱼游动速度模型和线性二次型调节器理论设计速度控制器. Mohammadi等<sup>[15]</sup>采用简化动力学模型和带虚拟完整约束的解析速度控制器实现蛇形机器人游动速度的控制. 但上述方法都无法应对现实环境中的扰动.

迭代学习控制 (iterative learning control, ILC) 通常用于部分已知的非线性系统的运动控制与运动规划中, 其通过任务重复性对非线性系统进行学习. 迭代学习控制的最终目标是使跟踪误差随着迭代次数增加收敛到0. 迭代学习控制方法与上述方法相比, 只需要模型的一些极限参数, 利用任务的重复性完全消除周期性的系统扰动, 对随机扰动也有较强的抑制能力且算法运行时间合理. 目前迭代学习控制方法已经在水下机器鱼上有许多成功的应用<sup>[16-19]</sup>. 文[16]利用P型迭代学习控制消除机器鱼的系统扰动, 用实验验证了机器鱼的速度跟踪能力. 但该模型只考虑了一个关节, 没有考虑迭代学习控制器在多关节鳗鱼机器人的切向速度跟踪上的可行性, 没有分析其他步态模式下的可行性.

本文采用迭代学习控制实现多关节鳗鱼机器人的切向速度跟踪. 首先, 采用非惯性系下的鳗鱼机器人动力学模型实现模型参数部分解耦, 从而直接获得切向速度子动力学模型. 然后设计带饱和器的P型迭代学习控制器以实现期望切向速度跟踪, 运用复合能量函数对控制器进行收敛性分析, 并提出了鳗鱼机器人的运动控制框架. 最后, 对多模块的鳗鱼机器人进行仿真和实验, 验证鳗鱼机器人切向速度跟踪控制的有效性.

## 2 水下鳗鱼机器人2维动力学建模 (The 2D dynamic modeling of the underwater eel robot)

为了实现鳗鱼机器人的切向速度跟踪控制, 首先研究鳗鱼机器人的动力学建模问题, 为了方便验证所建立的控制器的收敛性, 将建立水下鳗鱼机器人的2维动力学模型. 已有的动力学模型有很多<sup>[20-29]</sup>, 本文采用文[29]中的解析动力学模型, 该模型采用解析牛顿-欧拉建模法, 优点是可直接获得切向速度子动力学模型. 与已有的动力学模型的不同之处在于: 在一个特殊的非惯性系下建立鳗鱼机器人的动力学模型.

2维水下鳗鱼机器人的运动学参数见图1. 假设鳗鱼机器人的浮力和重力是平衡的, 并且机器人是有圆形截面的细长体. 平面鳗鱼机器人由 $n$ 个模块组成, 有 $n-1$ 个关节. 单模块质量为 $m$ , 转动惯量为 $J = \frac{1}{3}ml^2$ , 单模块长度为 $2l$ . 分别在惯性系 $x-y$ 和非惯性系 $t-n$ 下定义机器人. 这2种坐标系具有相同的坐标原点,  $t-n$ 坐标系的方向定义如下:  $t$ 轴是沿鳗鱼机器人的切向运动方向,  $n$ 轴与机器人运动方向的法向一致. 另外, 坐标系 $x_i-y_i$ 分别固定在每个模块的质心处.

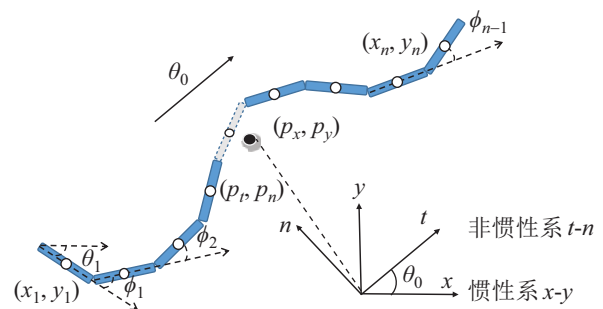


图1  $n$  模块水下鳗鱼机器人及其运动学参数

Fig.1  $n$  modules underwater eel robot and its kinematic parameters

数学符号的描述见表1. 其中, 关节角向量定义为 $\boldsymbol{\phi} = [\phi_1, \dots, \phi_n]^T$ . 惯性系 $x-y$ 下的绝对角向量为 $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \dots, \theta_n]^T$ , 机器人的方向定义为 $\theta_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \theta_i$ . 非惯性系 $t-n$ 下的绝对角向量为 $\boldsymbol{\Phi} = [\Phi_1, \dots, \Phi_n]^T$ . 水下鳗鱼机器人的质心在惯性坐标系下为 $(p_x, p_y) \in \mathbb{R}^2$ , 在非惯性系 $t-n$ 下为 $(p_t, p_n) \in \mathbb{R}^2$ .  $\theta_0 \in \mathbb{R}$  定义为沿着惯性系 $x$ 轴旋转, 逆时针方向为正, 因此 $x$ 轴和 $t$ 轴的夹角为 $\theta_0$ .  $\mathbf{I}_{n-1}$ 代表 $n-1$ 维的单位矩阵,  $\mathbf{0}_{n-1,1}$ 代表 $(n-1) \times 1$ 的零矩

阵. 其他相关的系数定义如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= [\mathbf{I}_{n-1}, \mathbf{0}_{n-1,1}] + [\mathbf{0}_{n-1,1}, \mathbf{I}_{n-1}], \mathbf{e} = [1, \dots, 1]^T \\ \mathbf{D} &= [\mathbf{I}_{n-1}, \mathbf{0}_{n-1,1}] - [\mathbf{0}_{n-1,1}, \mathbf{I}_{n-1}], \mathbf{J} = \mathbf{J} \times \mathbf{I}_n \\ \mathbf{V} &= \mathbf{A}^T (\mathbf{D}\mathbf{D}^T)^{-1} \mathbf{A}, \mathbf{K} = \mathbf{A}^T (\mathbf{D}\mathbf{D}^T)^{-1} \mathbf{D} \\ \sin \Phi &= [\sin \Phi_1, \dots, \sin \Phi_n]^T, \mathbf{S}_\Phi = \text{diag}(\sin \Phi) \\ \cos \Phi &= [\cos \Phi_1, \dots, \cos \Phi_n]^T, \mathbf{C}_\Phi = \text{diag}(\cos \Phi) \\ \mathbf{W}_c &= [\mathbf{B}_m, \mathbf{e}] = \begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{e}^T/n \end{bmatrix}^{-1}, \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{e} & \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{e} \end{bmatrix} \\ \mathbf{R}_{2n \times 2n} &= \begin{bmatrix} \cos \theta_0 \mathbf{I}_n & \sin \theta_0 \mathbf{I}_n \\ -\sin \theta_0 \mathbf{I}_n & \cos \theta_0 \mathbf{I}_n \end{bmatrix}, \boldsymbol{\theta} = \mathbf{W}_c \begin{bmatrix} \phi \\ \theta_0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

表1 数学符号定义

Tab.1 The definition of mathematics terms

数学符号	含义
$n$	模块数
$m$	单模块质量
$r$	单模块半径
$l$	单模块长度的一半
$\alpha$	步态幅值
$\omega$	步态频率
$\beta$	相位偏置
$\gamma$	角度偏置
$\phi$	关节角向量
$\theta_0$	鳗鱼机器人的方向角
$\boldsymbol{\theta}$	惯性系 $x$ - $y$ 下的绝对角向量
$\Phi$	非惯性系 $t$ - $n$ 下的绝对角向量
$(p_x, p_y)$	惯性系下 $x$ - $y$ 的质心位置
$(p_t, p_n)$	非惯性系 $t$ - $n$ 下的质心位置
$(x_1, y_1)$	第1个模块在 $x$ - $y$ 坐标系下的质心位置
$(x_n, y_n)$	第 $n$ 个模块在 $x$ - $y$ 坐标系下的质心位置

该动力学模型采用的流体力考虑了线性阻力、附加质量力效应、非线性阻力和流体力矩, 详细的建模步骤和模型验证见文 [29]. 最终水下鳗鱼机器人的质心运动方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_t \\ \dot{v}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +v_n \\ -v_t \end{bmatrix} \dot{\theta}_0 - \mathbf{M}_p \begin{bmatrix} u_n \mathbf{e}^T \mathbf{S}_\Phi^2, -u_n \mathbf{e}^T \mathbf{S}_\Phi \mathbf{C}_\Phi \\ -u_n \mathbf{e}^T \mathbf{S}_\Phi \mathbf{C}_\Phi, u_n \mathbf{e}^T \mathbf{C}_\Phi^2 \end{bmatrix} + \mathbf{M}_p \begin{bmatrix} l \mathbf{K}^T \mathbf{S}_\Phi \ddot{\boldsymbol{\theta}} + l \mathbf{K}^T \mathbf{C}_\Phi \dot{\boldsymbol{\theta}}^2 \\ -l \mathbf{K}^T \mathbf{C}_\Phi \ddot{\boldsymbol{\theta}} + l \mathbf{K}^T \mathbf{S}_\Phi \dot{\boldsymbol{\theta}}^2 \end{bmatrix} + \mathbf{M}_p \begin{bmatrix} \mathbf{e}^T \mathbf{f}_{D,t} \\ \mathbf{e}^T \mathbf{f}_{D,n} \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中,  $u_n$  表示的法向附加质量阻力系数, 阻力

$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_{D,t} \\ \mathbf{f}_{D,n} \end{bmatrix}$  为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_{D,t} \\ \mathbf{f}_{D,n} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} c_t \mathbf{C}_\Phi^2 + c_n \mathbf{S}_\Phi^2, (c_t - c_n) \mathbf{S}_\Phi \mathbf{C}_\Phi \\ (c_t - c_n) \mathbf{S}_\Phi \mathbf{C}_\Phi, c_n \mathbf{C}_\Phi^2 + c_t \mathbf{S}_\Phi^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l \mathbf{K}^T \mathbf{S}_\Phi \dot{\boldsymbol{\theta}} + v_t \mathbf{e} \\ -l \mathbf{K}^T \mathbf{C}_\Phi \dot{\boldsymbol{\theta}} + v_n \mathbf{e} \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中  $c_t$  和  $c_n$  分别表示切向阻力系数和法向阻力系数, 矩阵  $\mathbf{M}_p$  为

$$\mathbf{M}_p = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} nm + u_n \mathbf{e}^T \mathbf{S}_\Phi^2, -u_n \mathbf{e}^T \mathbf{S}_\Phi \mathbf{C}_\Phi \\ -u_n \mathbf{e}^T \mathbf{S}_\Phi \mathbf{C}_\Phi, nm + u_n \mathbf{e}^T \mathbf{C}_\Phi^2 \end{bmatrix}^{-1}$$

系数  $m_{11}$ 、 $m_{12}$ 、 $m_{21}$  和  $m_{22}$  分别对应矩阵  $\mathbf{M}_p$  的分量.

2 维水下鳗鱼机器人的所有模块的力矩平衡方程为

$$\mathbf{M}_\Phi \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{W}_\Phi \dot{\boldsymbol{\theta}}^2 + \mathbf{K}_{D,t} \mathbf{f}_{D,t} + \mathbf{K}_{D,n} \mathbf{f}_{D,n} - \boldsymbol{\tau} = \mathbf{D}^T \mathbf{u} \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{u}$  为关节输入力矩, 流体力矩  $\boldsymbol{\tau}$  为

$$\boldsymbol{\tau} = -\lambda_1 \ddot{\boldsymbol{\theta}} - \lambda_2 \dot{\boldsymbol{\theta}} - \lambda_3 \dot{\boldsymbol{\theta}} |\dot{\boldsymbol{\theta}}|$$

相关的流体力矩系数为  $\lambda_1 = \frac{1}{3} l^2 C_M m_a$ ,  $C_M$  是附加的惯量系数,  $\lambda_2 = \frac{2}{3} \pi \rho C_D R l^4$ ,  $\lambda_3 = \frac{1}{2} \pi \rho C_D R l^4$ ,  $C_D$  是仅和流体相关的形阻阻力相关系数. 在  $y$  方向上的圆形截面附加质量系数为  $m_a = \rho \pi R^2 \times 2l$ . 系数  $\mathbf{M}_\Phi$ 、 $\mathbf{W}_\Phi$ 、 $\mathbf{K}_{D,t}$  和  $\mathbf{K}_{D,n}$  定义为

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_\Phi &= \mathbf{J} + ml^2 \mathbf{S}_\Phi \mathbf{V} \mathbf{S}_\Phi + ml^2 \mathbf{C}_\Phi \mathbf{V} \mathbf{C}_\Phi + \\ &\quad u_n l^2 \mathbf{K}_1 \mathbf{K}_1^T \mathbf{S}_\Phi + u_n l^2 \mathbf{K}_1 \mathbf{K}_1^T \mathbf{C}_\Phi \\ \mathbf{W}_\Phi &= ml^2 \mathbf{S}_\Phi \mathbf{V} \mathbf{C}_\Phi + ml^2 \mathbf{C}_\Phi \mathbf{V} \mathbf{S}_\Phi + u_n l^2 \mathbf{K}_1 \mathbf{K}_1^T \mathbf{C}_\Phi - \\ &\quad u_n l^2 \mathbf{K}_2 \mathbf{K}_2^T \mathbf{S}_\Phi \\ \mathbf{K}_1 &= \mathbf{A}_1 + u_n \mathbf{A}_1 \mathbf{e} \mathbf{e}^T (m_{12} \mathbf{S}_\Phi \mathbf{C}_\Phi - m_{11} \mathbf{S}_\Phi^2) - \\ &\quad u_n \mathbf{A}_2 \mathbf{e} \mathbf{e}^T (m_{22} \mathbf{S}_\Phi \mathbf{C}_\Phi - m_{21} \mathbf{S}_\Phi^2) \\ \mathbf{K}_2 &= \mathbf{A}_2 - u_n \mathbf{A}_1 \mathbf{e} \mathbf{e}^T (m_{11} \mathbf{S}_\Phi \mathbf{C}_\Phi - m_{12} \mathbf{C}_\Phi^2) + \\ &\quad u_n \mathbf{A}_2 \mathbf{e} \mathbf{e}^T (m_{21} \mathbf{S}_\Phi \mathbf{C}_\Phi - m_{22} \mathbf{C}_\Phi^2) \\ \mathbf{A}_1 &= \mathbf{S}_\Phi \mathbf{K} \mathbf{S}_\Phi^2 + \mathbf{C}_\Phi \mathbf{K} \mathbf{S}_\Phi \mathbf{C}_\Phi \\ \mathbf{A}_2 &= \mathbf{S}_\Phi \mathbf{K} \mathbf{S}_\Phi \mathbf{C}_\Phi + \mathbf{C}_\Phi \mathbf{K} \mathbf{C}_\Phi^2 \\ \mathbf{K}_{D,t} &= u_n l^2 \mathbf{A}_1 \mathbf{e} \mathbf{e}^T m_{11} - u_n l^2 \mathbf{A}_2 \mathbf{e} \mathbf{e}^T m_{21} - l \mathbf{S}_\Phi \mathbf{K} \\ \mathbf{K}_{D,n} &= u_n l^2 \mathbf{A}_1 \mathbf{e} \mathbf{e}^T m_{12} - u_n l^2 \mathbf{A}_2 \mathbf{e} \mathbf{e}^T m_{22} + l \mathbf{C}_\Phi \mathbf{K} \end{aligned}$$

该模型更适用于多模块机器人的仿真和实现, 与在惯性系下的动力学模型相比, 实现了部分参数解耦, 可直接获得切向速度子动力学模型. 所建立的动力学模型将用于线性化控制器设计和仿真验证以及鳗鱼机器人切向速度控制的收敛性分析证明.

将切向速度的子动力学方程 (1) 进一步表示为

$$\dot{v}_t = -K_1(t)v_t + F(t) \quad (4)$$

式中相关参数定义为

$$\begin{aligned} K_1(t) &= nc_n m_{11} + (c_t - c_n) e^T (m_{11} C_\phi C_\phi + m_{12} C_\phi S_\phi) e \\ F(t) &= u_n l (m_{11} e^T A_2^T + m_{12} e^T A_1^T) \dot{\theta}^2 + (m_{12} c_n n + \dot{\theta}_0) v_n + \\ &\quad (m_{11} e^T A_1^T - m_{12} e^T A_2^T) [(c_t - c_n) l \theta - u_n l \dot{\theta}] - \\ &\quad (c_t - c_n) e^T (m_{11} C_\phi S_\phi + m_{12} S_\phi S_\phi) e v_n \end{aligned} \quad (5)$$

### 3 基于 P 型迭代学习的切向速度控制器设计和收敛性分析 (The tangential velocity controller design and convergence analysis based on P-type iterative learning)

P 型迭代学习控制通过任务重复性地对非线性系统进行学习, 从而消除系统扰动, 为带扰动的非线性系统提供了一种可行的解决方案. 但鳗鱼机器人模型的控制输入量有  $n-1$  个, 而这  $n-1$  个关节需要设计期望的步态才可以使得鳗鱼机器人实现各种运动, 并且 P 型迭代学习无法直接应用在某一个输入上. 故本文将步态生成器与 P 型迭代学习控制相结合, 最终实现鳗鱼机器人的切向速度跟踪.

链式结构机器人有多种运动步态: 等幅正弦步态、鳗鱼步态等. 为了方便分析, 定义  $n-1$  个关节的参考关节角信号 (由步态生成器生成) 如下:

$$\phi_{ref,j} = \alpha a(s) e^{-\frac{1}{t}} \sin(\omega t + (j-1)\beta) + \gamma, \quad s = 2l \cdot j$$

其中  $a(s) \in [0, 1]$  表示身体幅值随体长的变化,  $e^{-1/t}$  是平滑函数.

考虑如下系统

$$\dot{v}_{t,i} = -K_1 v_{t,i} + F_i \quad (6)$$

其中  $i \in \mathbb{Z}^+$  为实验次数或者迭代次数,  $F_i$  为与切向速度  $v_{t,i}$  无关的余项, 且  $F_i$  是步态参数  $\alpha, \omega, \beta, \gamma$  的函数. 令期望切向速度为  $v_{t,d} \in C^1[0, T]$ , 给定的期望切向速度必须是可达速度, 假定存在期望控制输入  $\alpha^d$  和  $F_d$  使得下列动力学成立:

$$\dot{v}_{t,d} = -K_1 v_{t,d} + F_d$$

定义第  $i$  次迭代的切向速度误差变量为  $e_i(t) = v_{t,d} - v_{t,i}$ , 那么误差动力学为

$$\dot{e}_i(t) = -K_1 (v_{t,d} - v_{t,i}) + (F_d - F_i)$$

该切向速度控制的最终目标是, 通过不断调整关节角幅值使得跟踪误差  $e_i(t)$  随着迭代次数  $i$  的增加收敛到 0.

在给出鳗鱼机器人的切向速度跟踪控制器之前, 先选取控制变量. 影响鳗鱼机器人切向速度的因素有很多, 包括单模块长度、关节角频率、关节角幅值等等. 而已有的文献大多通过控制步态参数如关节角幅值或者角频率以实现前进速度跟踪. 本文的切向速度跟踪控制器选取关节角幅值为控制变量, 其他无关步态参数为常量, 则  $F_i$  为  $\alpha$  的函数.

考虑到硬件限制, 关节角幅值受限. 根据文 [33] 设计如下带饱和器的 P 型迭代学习控制律:

$$\alpha_{i+1} = \tilde{\alpha}_i + Q e_i(t) \quad (7)$$

$$\tilde{\alpha}_{i+1} = \text{sat}(\alpha_{i+1}, \alpha_{\max}) \quad (8)$$

其中  $Q > 0$  为学习增益系数. 由于关节角存在最大幅值限制, 故采用饱和函数来限制幅值极限. 饱和函数定义如下:

$$\text{sat}(\alpha(i), \alpha_{\max}) = \begin{cases} \alpha(i), & |\alpha(i)| < \alpha_{\max} \\ \alpha_{\max}, & |\alpha(i)| \geq \alpha_{\max} \end{cases}$$

切向速度跟踪控制器的收敛性将采用复合能量函数来证明. 主要步骤如下, 假设每次迭代时, 初始状态与期望初始状态重合, 例如采样频率、初始的控制结构等. 假设系统的输入为  $\theta_m$ , 定义第  $i$  次迭代时的非负复合能量函数  $E_i(t)$  为

$$E_i(t) = \frac{1}{2} e^{-\lambda t} e_i^2 + \frac{1}{2Q} \int_0^t e^{-\lambda s} \frac{\partial F_i}{\partial \theta_m} \Delta \theta_{m,i+1}^2 ds \quad (9)$$

其中  $\Delta \theta_{m,i+1} = \theta_{m,i+1}^d - \theta_{m,i}$ ,  $\nabla E_i(t) = E_i(t) - E_{i-1}(t)$ , 展开为

$$\begin{aligned} \nabla E_i(t) &= \frac{1}{2} e^{-\lambda t} e_i^2 - \frac{1}{2} e^{-\lambda t} e_{i-1}^2 + \\ &\quad \frac{1}{2Q} \int_0^t e^{-\lambda s} \frac{\partial F_i}{\partial \theta_m} (\Delta \theta_{m,i+1}^2 - \Delta \theta_{m,i}^2) ds \end{aligned} \quad (10)$$

等式右边第 1 项可改写为

$$\frac{1}{2} e^{-\lambda t} e_i^2 = -\frac{\lambda}{2} \int_0^t e^{-\lambda s} e_i^2 ds + \int_0^t e^{-\lambda s} e_i \dot{e}_i ds \quad (11)$$

代入误差动力学, 式 (11) 改写为

$$\frac{1}{2} e^{-\lambda t} e_i^2 \leq -\frac{\lambda}{2} \int_0^t e^{-\lambda s} e_i^2 ds + \int_0^t e^{-\lambda s} e_i (F_d - F_i) ds \quad (12)$$

由中值定理可知  $F_d - F_i = \frac{\partial F}{\partial \theta_m}(\hat{\theta}_m)(\theta_m^d - \tilde{\theta}_{m,i})$ , 代入式 (12), 化简之后可得

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} e^{-\lambda t} e_i^2 &\leq -\frac{\lambda}{2} \int_0^t e^{-\lambda s} e_i^2 ds + \\ &\quad \int_0^t e^{-\lambda s} \frac{\partial F_i}{\partial \theta_m}(\hat{\theta}_m)(\theta_m^d - \tilde{\theta}_{m,i}) e_i ds \end{aligned} \quad (13)$$

代入差分公式, 最终可得



$$\begin{aligned} \nabla E_i(t) \leq & -\frac{\lambda}{2} \int_0^t e^{-\lambda s} e_i^2 ds - \frac{1}{2} e^{-\lambda t} e_{i-1}^2 + \\ & \frac{Q}{2} \int_0^t e^{-\lambda s} \frac{\partial F_i}{\partial \theta_m} e_i^2 ds \end{aligned} \quad (14)$$

若  $|\frac{\partial F_i}{\partial \theta_m}| \leq \vartheta$  和  $\lambda - Q \geq 0$  成立, 则最终式 (14) 可以简化为

$$\nabla E_i(t) \leq -\frac{1}{2} e^{-\lambda t} e_{i-1}^2 < 0 \quad (15)$$

将式 (15) 叠加, 可以证明:

$$E_i(t) \leq E_1(t) - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{1}{2} e^{-\lambda t} e_j^2(t)$$

已知复合能量函数满足  $E_i(t) \geq 0$ , 由区间套定理可知  $\lim_{i \rightarrow \infty} E_i(t) = 0$ . 再根据复合函数定义, 可知  $\lim_{i \rightarrow \infty} e_i(t) = 0$ , 则切向速度的误差是收敛的. 注意收敛条件  $\lambda - Q \geq 0$  暗含着学习增益存在上限, 初始输入  $\tilde{\alpha}_0$  可以直接设定为 0, 从而限制跟踪误差  $e_0(t)$ .

针对式 (6), 满足如下假设: 每次迭代时, 系统初始状态与期望初始状态重合, 条件  $|\frac{\partial F_i}{\partial \theta_m}| \leq \vartheta$  和  $\lambda - M \geq 0$  成立, 则所提的迭代学习控制律能够保证随着迭代次数增加, 跟踪误差收敛.

接下来, 给出在  $|\frac{\partial F_i}{\partial \theta_m}| \leq \vartheta$  条件下的合理性分析. 由于模型的复杂性, 很难给出解析分析. 因此需要建立推力  $F_i$  与步态幅值  $\theta_m$  的关系. 由文 [32] 可知,  $F_i \sim v_i^2$ . 接下来分析  $v_i$  与步态幅值  $\theta_m$  的关系. 而由文 [30-31] 可知, 陆地蛇形机器人获得稳定游动速度后, 存在如下关系  $v_i \sim \omega \alpha^2$ . 由于鳗鱼机器人属于细长体, 运动的本质其实和陆地蛇形机器人类似, 都是依靠与环境的作用力实现蜿蜒运动. 类似的关系可通过鳗鱼机器人的数值仿真分析得到. 仿真给出了水下鳗鱼机器人在不同模块数下的关节角幅值和频率与切向速度的关系曲线. 由图 2 可知, 切向速度和关节角的频率具有近似线性关系. 由图 3 可知, 在模块数一定的情况下, 存在最优幅值  $\alpha$ , 使得切向速度最大. 易知, 存在  $\alpha$ , 满足  $v_i \sim \alpha^2$ . 图 2、图 3 证明了水下鳗鱼机器人也存在类似的关系:  $v_i \sim \omega \alpha^2$ , 从而推力  $F$  为

$$F \sim v_i^2 \sim \omega^2 \alpha^4$$

取关节角幅值作为输入, 即  $\theta_m = \alpha$ , 最终可以获得

$$\frac{\partial F_i}{\partial \theta_m} \sim \omega^2 \alpha^3$$

该结论与文 [16] 中的分析一致, 结合  $|\alpha| \leq \alpha_{\max}$ , 则条件  $|\frac{\partial F_i}{\partial \theta_m}| \leq \vartheta$  成立.

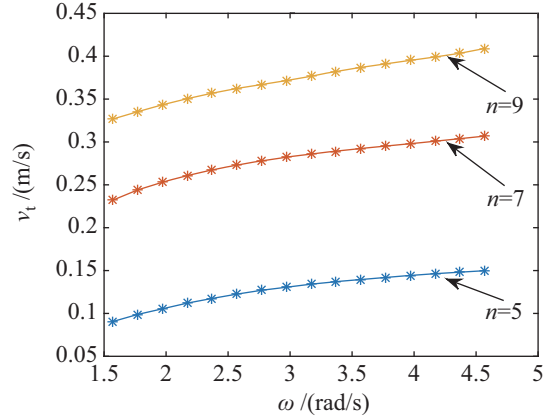


图 2 不同模块数水下鳗鱼机器人关节角的频率与切向速度的关系

Fig.2 The relationship between the frequency of the joint angles and the tangential velocity of the underwater eel robot under different module numbers

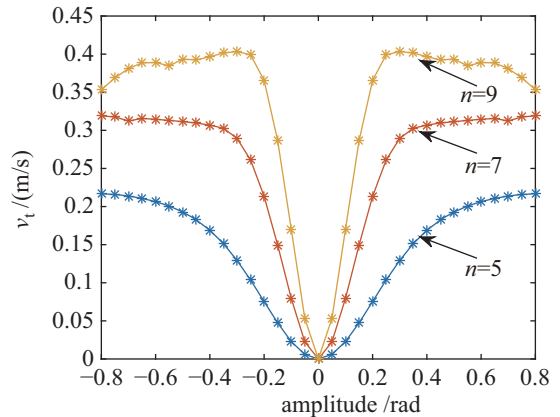


图 3 不同模块数水下鳗鱼机器人关节角幅值与切向速度的关系

Fig.3 The relationship between the amplitude of the joint angles and the tangential velocity of the underwater eel robot under different module numbers

#### 4 鳗鱼机器人运动控制框架 (The motion control framework of the eel robot)

为了验证鳗鱼机器人切向速度控制器的有效性以及当切向速度控制器与方向角控制器组合时, 迭代学习控制器依然有效, 设计了鳗鱼机器人的运动控制器框架. 该鳗鱼机器人运动控制系统的控制目标为

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \theta_0 = \theta_{0,\text{ref}} \quad (16)$$

$$\lim_{i \rightarrow \infty} v_t = v_{t,d} \quad (17)$$

所设计的鳗鱼机器人的运动控制框架如图4所示. 控制框架主要由2个部分组成: 内环与外环. 内环实现参考关节角信号跟踪, 外环控制包括方向角控制器和迭代学习切向速度控制器, 最终实现步态生成.

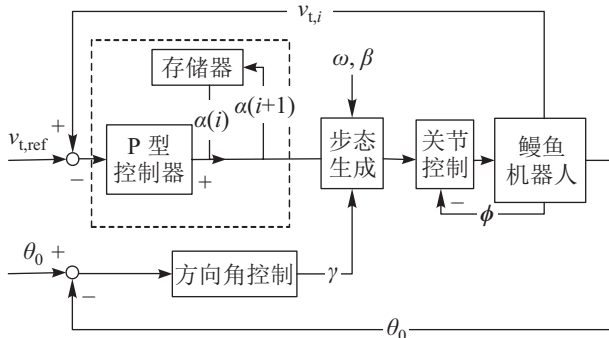


图4 2维水下鳗鱼机器人的控制框架

Fig.4 The control framework of the 2D underwater eel robot

首先对关节动力学进行部分反馈线性化控制器设计, 设计的线性化控制器如下:

$$\mathbf{u} = (M_{11} - M_{12}M_{22}^{-1}M_{21})\mathbf{u}_{new} - M_{12}M_{22}^{-1}\mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_1 \quad (18)$$

其中  $\mathbf{u}_{new} = \ddot{\phi}$ ,  $M_{12}, M_{22} \in \mathbf{R}$ , 其他参数定义如下:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 \\ \mathbf{R}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{W}_\phi \dot{\theta}^2 + \mathbf{K}_{D,t} \mathbf{f}_{D,t} + \mathbf{K}_{D,n} \mathbf{f}_{D,n} + \lambda_2(\Phi + e\dot{\theta}_0) + \lambda_3(\Phi + e\dot{\theta}_0)|\Phi + e\dot{\theta}_0| \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} = \mathbf{W}_c^T (\mathbf{M}_\phi + \lambda_1 \mathbf{I}_n) \mathbf{W}_c \quad (20)$$

为了确保关节角  $\phi$  跟踪参考关节角信号  $\phi_{ref}$ , 根据如下控制律定义了新变量  $\mathbf{u}_{new}$ :

$$\mathbf{u}_{new} = \ddot{\phi}_{ref} + K_p(\dot{\phi}_{ref} - \dot{\phi}) + K_d(\phi_{ref} - \phi) \quad (21)$$

其中  $K_p$  和  $K_d$  是正的控制器增益. 该控制器是指数稳定的, 根据如下的误差动力学方程和控制器是正增益的条件, 由李亚普诺夫理论可知, 系统在平衡点附近指数稳定.

$$\ddot{\phi}_{ref} - \ddot{\phi} + K_d(\dot{\phi}_{ref} - \dot{\phi}) + K_p(\phi_{ref} - \phi) = 0 \quad (22)$$

现有文献都通过改变步态的角度偏置参数  $\gamma$  来实现转弯运动<sup>[24,31]</sup>. 调整  $\gamma$  可以改变机器人的运动方向, 故将  $\gamma$  作为输入, 采用如下方向角控制律:

$$\gamma = k_\theta(\theta_0 - \theta_{0,ref}) \quad (23)$$

其中  $k_\theta \geq 0$  为控制增益系数.

## 5 仿真与实验 (Simulation and experiment)

### 5.1 仿真实证

为证明所提出的切向速度控制器的有效性, 采用软件 Matlab 的 ode45 函数进行动力学计算, 相对和绝对误差限为  $10^{-6}$ . 仿真依据图4的控制框架搭建控制系统. 以9模块为例, 建立了  $n=9$  模块的水下鳗鱼机器人仿真模型. 单模块长度  $2l = 0.1252$  m, 半径  $r = 0.0375$  m, 总质量为 6.75 kg. 假设全部浸入水中, 并且假设浮力重力平衡. 流体相关参数设置如下<sup>[24]</sup>:  $\rho = 1000$  kg/m<sup>3</sup>,  $C_M = 1$ , 仅和流体有关的黏滞阻力系数  $C_f = 0.03$ ,  $C_D = 2$ , 仅和流体相关的附加质量系数  $C_a = 1$ ,  $\lambda_1 = 7.1905 \times 10^{-4}$ ,  $\lambda_2 = 0.0015$ ,  $\lambda_3 = 7.1526 \times 10^{-5}$ .  $c_n = 9.3750$ ,  $c_t = 0.2209$ , 法向附加质量系数和切向附加质量系数分别为  $u_n = 0.5522$  和  $u_t = 0$ .

PD 控制器的控制增益设计为  $K_p = 20$ ,  $K_d = 10$ . 方向控制器的增益设置为  $k_\theta = 0.1$ . 迭代学习增益系数设为  $Q = 1.5$ . 仿真步长为 0.01 s. 设置  $\alpha_{max} = \frac{\pi}{n-1}$ , 第 0 次迭代的输入信号为  $\theta_{m,0} = 0$ , 对应的初始状态切向速度为  $v_{t,0} = 0$ . 其他模型初始状态都设置为 0.

为了验证该迭代学习控制器在任意方向上依然有效. 设计期望参考方向角为  $\theta_{0,ref} = 0.3$  rad. 仿真采用的期望关节角参考信号定义如下:

$$\phi_{ref,j} = \alpha e^{-1/t} \sin(\omega t + (j-1)\beta) + \gamma \quad (24)$$

其中  $j = 1, \dots, n-1$ , 初始参数设置为  $\alpha = 0$ ,  $\omega = \pi$ ,  $\beta = 0.3889$ .

为了验证迭代学习控制器可实现任意可达的切向速度跟踪, 设计如下目标切向速度轨迹信号:

$$v_{t,d} = \begin{cases} \frac{3.4 \times t^2 \times (t-40)^2}{40^4}, & 0 \leq t < 10 \cup 30 \leq t < 40 \\ 0.12, & 10 \leq t < 30 \end{cases}$$

仿真仅以 9 个模块的水下鳗鱼机器人为例进行说明. 为了验证迭代学习控制器的切向速度跟踪能力, 设总迭代次数为 12 次.

图5给出第1、2、12次迭代时, 误差范数随时间的变化情况. 图6给出了第1、2、12次迭代时的切向速度跟踪情况, 可见切向速度最大跟踪误差逐渐收敛. 在多次仿真中发现, 当增大迭代学习增益系数时, 每一次迭代时的误差范数明显减小. 但当期望切向速度信号突变为 0 时, 不能使得切向速度很快跟踪到 0. 这是因为当幅值为 0 时, 所有关节角的角度为 0, 此时鳗鱼机器人整体处于滑翔姿态,

条件  $\frac{\partial F_i}{\partial \theta_m} \sim \omega^2 \alpha^3$  不再成立, 控制器失效. 由图 5 可知, 切向速度信号在不同迭代次数下不断逼近期望的切向速度, 到第 12 次迭代时, 切向速度和期望的切向速度几乎一致. 可知随着迭代次数增加, 实际切向速度逐渐跟踪上期望的切向速度. 该结果验证了当速度控制器和方向控制器组合时, 速度跟踪控制依然有效. 多次设计不同的期望切向速度信号进行仿真后发现, 只要切向速度在合理范围, 迭代学习控制器就有效.

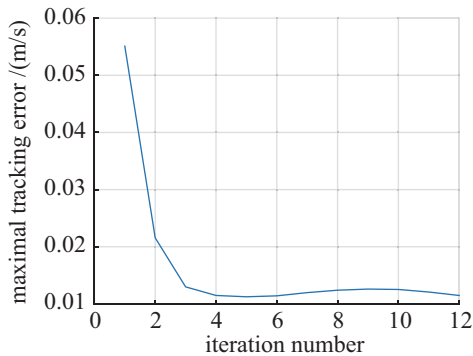


图 5 水下鳗鱼机器人迭代次数 vs 误差范数

Fig.5 Numbers of iterations vs error norms of the underwater eel robot

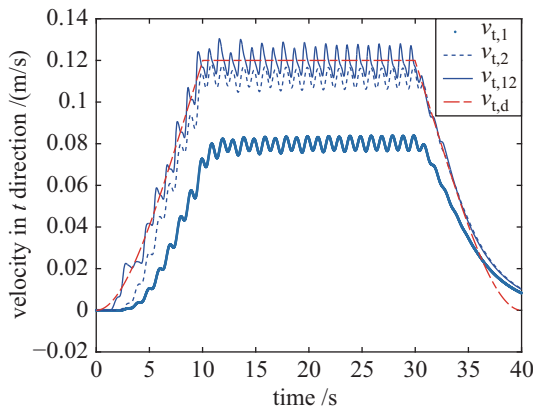


图 6 水下鳗鱼机器人第 1、2、12 次迭代次数下的切向速度

Fig.6 The tangential velocity of the underwater eel robot in the 1st, 2nd and 12th iteration

图 7 和图 8 给出了水下鳗鱼机器人第 12 次迭代时的方向角和运动轨迹以及每 20 s 的瞬时运动状态仿真 (包括初始状态). 由图 7 可知, 实际方向角接近 0.3 rad, 验证了当速度跟踪控制器与方向角控制器组合时, 方向角控制器依然有效. 此外, 通过设置不同的期望方向角, 发现方向控制器和切向速度跟踪控制器之间有较弱的互相影响. 这是因为关节幅值  $\alpha$  也能改变方向角, 当关节角周期变化时, 分段连续的关节幅值  $\alpha$  的作用效果可与  $\gamma$  等效.

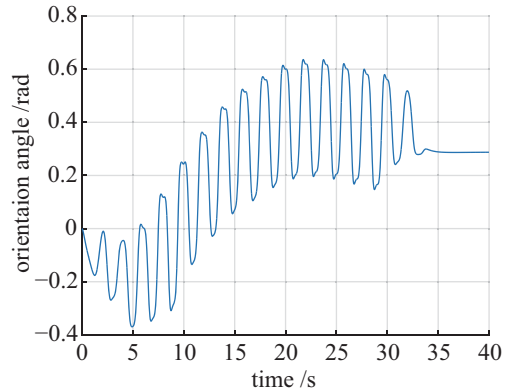


图 7 水下鳗鱼机器人第 12 次迭代时的方向角

Fig.7 The orientation angle of the underwater eel robot in the 12th iteration

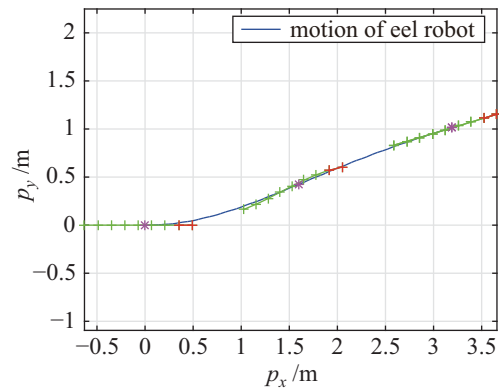


图 8 水下鳗鱼机器人第 12 次迭代时的质心轨迹 (蓝线), 以及每 20 s 的瞬时运动状态

Fig.8 The trajectory of the center-of-mass of the underwater eel robot in the 12th iteration (blue line), and the instantaneous movement status per 20 s

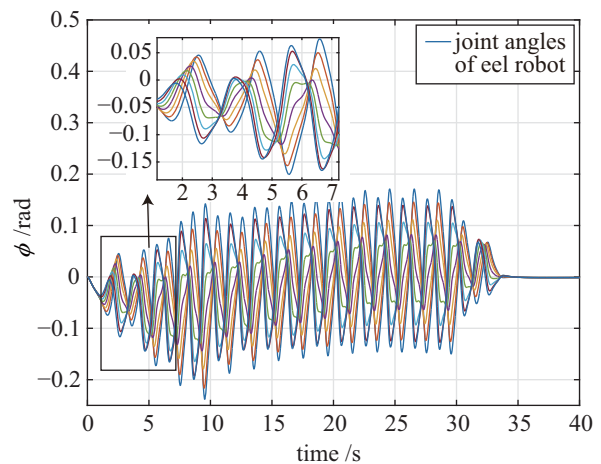


图 9 水下鳗鱼机器人第 12 次迭代时的所有关节信号

Fig.9 The all joints signals of the underwater eel robot in the 12th iteration

图 9 为第 12 次迭代时的关节角信号. 注意到实际的关节角信号已经不同于最初的参考关节角信号. 受该关节角信号启发, 在多次运行此算法过程



中都发现具有如下特征的关节角信号:

$$\phi_j = \begin{cases} \alpha \frac{n+2-j}{n+1} \sin(\omega t + (j-1)\beta) + \gamma, & j < n/2 \\ \alpha \frac{2+j}{n+1} \sin(\omega t + (j-1)\beta) + \gamma, & j > n/2 \end{cases}$$

这种新步态的特征是幅值在头到中间部分递减, 在中间部分到尾部递增, 该步态不同于最初的参考信号和其他步态<sup>[24,34]</sup>.

图 10 给出了第 12 次迭代时的关节角幅值输入信号, 该幅值信号没有超出最大关节角幅值. 综上, 带饱和器的 P 型迭代学习控制律能够实现期望的质心切向速度跟踪, 当速度跟踪控制器与方向角控制器组合时, 速度跟踪控制器仍然是有效的. 此外, 还找到了一种新的步态模式. 值得注意的是, 当鳗鱼机器人的模块数为  $n \geq 3$  时, 该迭代学习控制仍然是有效的, 并且该框架可以实现任意可达的切向速度跟踪.

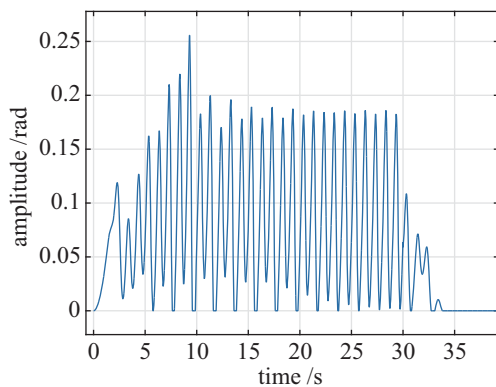


图 10 水下鳗鱼机器人第 12 次迭代时的关节角幅值

Fig.10 The joint angle amplitude of the underwater eel robot in the 12th iteration

## 5.2 实验验证

为了验证该带饱和器的 P 型迭代学习算法, 在深约 0.6 m 的水池进行了实验 (见图 11). 鳗鱼机器人共 8 个模块, 长 1.6 m, 机器人完全浸没在水中. 机器人的运动学参数见仿真参数设置部分.

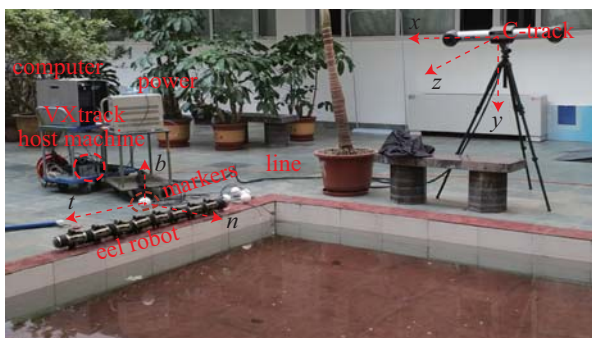


图 11 实验设备说明

Fig.11 The illustration of the experiment equipments

实验采用 3 维扫描仪运动捕捉系统 C-Track 780 获得位置和姿态信息, 然后采用 UDP (用户数据报协议) 将位置和姿态信息发送给 Matlab, 利用 Matlab 中的 Savitzky-Golay 滤波器估计机器人速度, 该滤波器的窗口长度设为 19, 当该滤波器无效时则采用均值滤波方法. 接着, 采用所提的算法结合方向控制器获得新的步态幅值, 再通过串口发送新的幅值信息给主控制板, 最后由主控制板通过 CAN (控制器局域网) 发送关节角信号给每个模块的子控制板执行. 各个子控制板将当前关节角信息转换成 PWM (脉冲宽度调制) 信号来驱动电机.

为便于验证, 设置期望的切向速度为 0.02 m/s, 设置期望的方向角为 0 rad. 便携式坐标测量机 C-Track 780 的可视范围为 7.8 m<sup>3</sup>, 水平可视范围为梯形, 为了最大限度地测量到机器人, 用到的可视范围为 1.6 m × 2.7 m 左右, 设置 C-Track 780 的采样频率为 29 Hz. 为了能获得机器人的位置和姿态信息, 将泡沫球与机器人中间模块固定, 让球露出水面 (不能沾水), 然后在机器人中间关节的泡沫球上贴了定位 Mark 点 (用于捕捉鳗鱼机器人的实时位置和姿态), 见图 11.

然后, 对测量数据进行了平滑除噪, 本文采用 Savitzky-Golay 滤波器滤波 (一种在时域内基于局部多项式最小二乘法拟合的滤波方法). 这种滤波器最大的特点在于在滤除噪声的同时可以确保信号的形状、宽度不变. 方向控制增益为 0.1. 带饱和器的 P 型迭代学习控制器增益为  $Q = 2.5$ . 主控制板和各个子控制板的时间周期设为 200 ms, 控制算法的步长设为 0.2 s, 总时间为 60 s, 设置最大关节角幅值为 0.6 rad. 其他的步态参数设置如下, 相位差设为 0.3889 rad, 频率为 0.9 Hz, 共迭代 12 次.

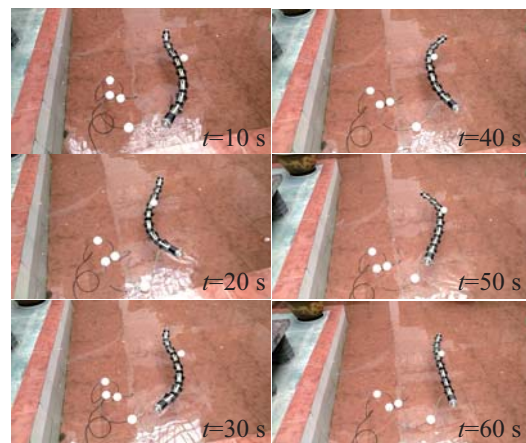


图 12 水下鳗鱼机器人第 12 次迭代时每隔 10 s 的视频截图

Fig.12 The screenshots of the underwater eel robot per 10 s in the 12th iteration



第12次迭代时的视频截图见图12, 图中的泡沫球和电线一起包裹住, 主要目的是为了减小电线拖拽对机器人的影响。

每次实验对应的平均误差变化见图13, 由图可以看出, 随着迭代次数的增加, 误差逐渐减小。第4次偏差跳跃有点大, 原因可能是在鳗鱼机器人运动的过程中由于电线的拖拽造成了额外的阻力, 使得该次偏差加大。实际上, 要尽量保持每次实验中机器人尾部拖拽的电线的初始位置不变。

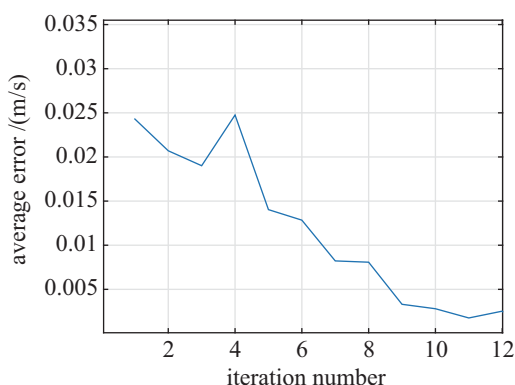


图13 水下鳗鱼机器人速度误差随迭代次数变化

Fig.13 The velocity error of the underwater eel robot varies with iteration numbers

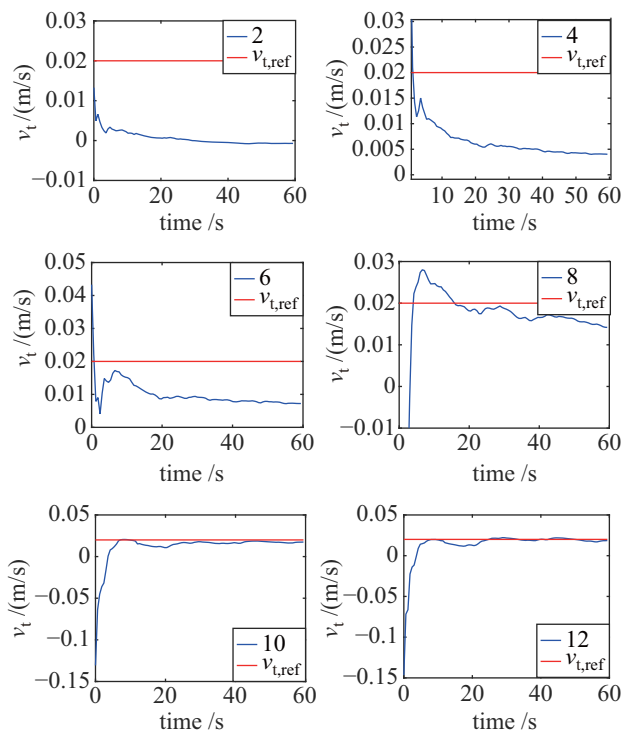


图14 水下鳗鱼机器人速度随迭代次数变化

Fig.14 The velocity of the underwater eel robot varies with iteration numbers

图14证明了鳗鱼机器人在第2、4、6、8、10、12次迭代下的收敛性能, 鳗鱼机器人的实际速度

随着迭代次数的增加逐渐接近目标速度。此外, 对多种步态模式进行了反复验证, 发现随着迭代次数的增加, 实际速度逐渐接近目标速度。值得注意的是, 在实验中, 拖拽的电线和水波对机器人造成了一定的扰动, 而实验最终也验证了在这类扰动存在下仍然可以实现切向速度跟踪控制, 从而验证了该控制器的抗扰动能力。在动态水环境下, 流体扰动比如平常流速扰动对机器人切向速度跟踪能力的影响将会在以后的研究中详细讨论。综上所述, 带饱和和函数的P型迭代学习控制算法应用在多模块的鳗鱼机器人上是可行的, 并且该控制器具有较好的抗扰动能力。

## 6 结论 (Conclusion)

鳗鱼机器人的动力学模型具有强欠驱动、高度非线性特征等, 这些特征增加了鳗鱼机器人的切向速度跟踪控制器设计的难度。本文将步态生成器与P型迭代学习控制器进行了有效结合, 实现了多关节鳗鱼机器人的切向速度跟踪控制, 证明了带饱和和函数的P型迭代学习控制器在多关节鳗鱼机器人的切向速度跟踪问题上的可行性, 采用复合能量函数法证明了该控制器的收敛性。仿真和实验验证了该迭代学习控制应用在多关节鳗鱼机器人上的有效性, 同时也说明了当速度跟踪控制器与方向角控制器组合时, 速度跟踪控制器仍然有效。实验也间接证明了该控制器具有较好的抗扰动能力, 能够抵抗电线拖拽引起的扰动。此外, 意外发现了一种新的步态模式, 该步态在后来的实验验证中发现具有较高的游动效率。后续将会结合路径跟随控制器实现水下鳗鱼机器人的任意路径跟踪。

## 参考文献 (References)

- [1] Crespi A, Badertscher A, Guignard A, et al. Amphibot I: An amphibious snake-like robot[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2005, 50(4): 163-175.
- [2] Ostrowski J, Burdick J, Lewis A D, et al. The mechanics of undulatory locomotion: The mixed kinematic and dynamic case [C]//*IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Piscataway, USA: IEEE, 1995: 1945-1951.
- [3] Zhang A F, Ma S G, Li B, et al. Adaptive controller design for underwater snake robot with unmatched uncertainties[J]. *Science China: Information Sciences*, 2016, 59(5): 1-15.
- [4] Yu J Z, Wang K, Tan M, et al. Design and control of an embedded vision guided robotic fish with multiple control surfaces [J/OL]. *Scientific World Journal*, (2014-01-29) [2014-06-01]. <http://www.hindawi.com/journals/tswj/2014/631296/abs/>.
- [5] Hu Y H, Zhao W, Wang L, et al. Underwater target following with a vision-based autonomous robotic fish[C]//*American Control Conference*. Piscataway, USA: IEEE, 2009: 5265-5270.

- [6] Yu J Z, Tan M, Wang S, et al. Development of a biomimetic robotic fish and its control algorithm[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2004, 34(4): 1798-1810.
- [7] Yu J Z, Wang L, Tan M. A framework for biomimetic robot fish's design and its realization[C]//American Control Conference. Piscataway, USA: IEEE, 2005: 1593-1598.
- [8] Yu J Z, Wu Z X, Wang M, et al. CPG network optimization for a biomimetic robotic fish via PSO[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2015, 27(9): 1962-1968.
- [9] Sproewitz A, Moeckel R, Maye J, et al. Learning to move in modular robots using central pattern generators and online optimization[J]. International Journal of Robotics Research, 2008, 27(3/4): 423-443.
- [10] Wiens A. Gait optimization for a multilink anguilliform swimmer[D]. Montreal, Canada: McGill University, 2012.
- [11] Wiens A J, Nahon M. Optimally efficient swimming in hyper-redundant mechanisms: Control, design, and energy recovery [J]. Bioinspiration and Biomimetics, 2012, 7(4): 1761-1793.
- [12] Wen L, Wang T M, Wu G H, et al. Novel method for the modeling and control investigation of efficient swimming for robotic fish[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2012, 59(8): 3176-3188.
- [13] Saito M, Fukaya M, Iwasaki T. Serpentine locomotion with robotic snakes[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2002, 22(1): 64-81.
- [14] Suebsaiprom P, Lin C L. Maneuverability modeling and trajectory tracking for fish robot[J]. Control Engineering Practice, 2015, 45: 22-36.
- [15] Mohammadi A, Rezapour E, Maggiore M, et al. Direction following control of planar snake robots using virtual holonomic constraints[C]//IEEE 53rd Annual Conference on Decision and Control. Piscataway, USA: IEEE, 2014: 3801-3808.
- [16] Li X F, Ren Q Y, Xu J X. Precise speed tracking control of a robotic fish via iterative learning control[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(4): 2221-2228.
- [17] Ren G, Dai Y P, Cao Z Q, et al. Research on the implementation of average speed for a bionic robotic dolphin[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2015, 74(PA): 184-194.
- [18] 任光, 戴亚平. 机器海豚行波推进模式下的平均速度控制方法[J]. 机器人, 2015, 37(3): 343-350.  
Ren G, Dai Y P. Average speed control method of robotic dolphin with travelling wave propulsion[J]. Robot, 2015, 37(3): 343-350.
- [19] Hu T J, Lin L X, Zhang D B, et al. Effective motion control of the biomimetic undulating fin via iterative learning[C]//IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics. Piscataway, USA: IEEE, 2009: 627-632.
- [20] Guo X. Modeling and control of a snake-like robot based on the fiber bundle theory[D]. Shenyang: Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, 2015.
- [21] McIsaac K A, Ostrowski J P. A geometric approach to gait generation for eel-like locomotion[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, USA: IEEE, 2000: 2230-2235.
- [22] Liljeback P, Pettersen K Y, Stavdahl O, et al. A simplified model of planar snake robot locomotion[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, USA: IEEE, 2010: 2868-2875.
- [23] Tanaka M, Matsuno F. Experimental study of redundant snake robot based on kinematic model[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, USA: IEEE, 2007: 2990-2995.
- [24] Kelasidi E, Pettersen K Y, Gravdahl J T, et al. Modeling of underwater snake robots[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, USA: IEEE, 2014: 4540-4547.
- [25] Khalil W, Gallot G, Ibrahim O, et al. Dynamic modeling of a 3-D serial eel-like robot[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, USA: IEEE, 2005: 1270-1275.
- [26] Khalil W, Gallot G, Boyer F. Dynamic modeling and simulation of a 3-D serial eel-like robot[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews, 2007, 37(6): 1259-1268.
- [27] Melsaac K A, Ostrowski J P. A geometric approach to anguilliform locomotion: Modelling of an underwater eel robot[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, USA: IEEE, 1999: 2843-2848.
- [28] Chirikjian G S, Burdick J W. The kinematics of hyper-redundant robot locomotion[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1995, 11(6): 781-793.
- [29] Zhang A F, Ma S G, Li B, et al. Modeling and simulation of an underwater planar eel robot in non-inertial frame[C]//2017 IEEE 7th Annual International Conference on Cyber Technology in Automation, Control, and Intelligent Systems. (2018-02-11) [2018-03-06]. [https://www.researchgate.net/publication/323110298\\_Modeling\\_and\\_Simulation\\_of\\_an\\_Underwater\\_Planar\\_Eel\\_Robot\\_in\\_Non\\_inertial\\_Frame](https://www.researchgate.net/publication/323110298_Modeling_and_Simulation_of_an_Underwater_Planar_Eel_Robot_in_Non_inertial_Frame).
- [30] Liljeback P, Pettersen K Y, Stavdahl Ø, et al. Experimental investigation of fundamental properties of snake robot locomotion[C]//11th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision. Piscataway, USA: IEEE, 2010: 187-194.
- [31] Kelasidi E, Liljeback P, Pettersen K Y, et al. Experimental investigation of efficient locomotion of underwater snake robots for lateral undulation and eel-like motion patterns[J]. Robotics and Biomimetics, 2015, 2(1): 1-27.
- [32] Lighthill M J. Note on the swimming of slender fish[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1960, 9(2): 305-317.
- [33] Xu J X, Tan Y, Lee T H. Iterative learning control design based on composite energy function with input saturation[J]. Automatica, 2004, 40(8): 1371-1377.
- [34] Kelasidi E. Modeling, control and energy efficiency of underwater snake robots[D]. Trondheim, Norway: Norwegian University of Science and Technology, 2015.

### 作者简介:

张安翻 (1989 -), 女, 博士生. 研究领域: 仿生机器人建模与控制方法.

马书根 (1963 -), 男, 博士, 研究员. 研究领域: 仿生机器人, 防灾救援机器人, 环境适应机构学.

李斌 (1963 -), 男, 硕士, 研究员. 研究领域: 仿生机器人, 移动机器人, 机器人控制.