



机器人
Robot
ISSN 1002-0446, CN 21-1137/TP

《机器人》网络首发论文

题目：一种协作机器人工作空间灵活度的求解方法
作者：田勇，王洪光，潘新安，胡明伟
DOI：10.13973/j.cnki.robot.180429
收稿日期：2018-06-27
网络首发日期：2018-12-25
引用格式：田勇，王洪光，潘新安，胡明伟. 一种协作机器人工作空间灵活度的求解方法[J/OL]. 机器人. <https://doi.org/10.13973/j.cnki.robot.180429>



网络首发：在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认：纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

DOI: 10.13973/j.cnki.robot.180429

一种协作机器人工作空间灵活度的求解方法

田 勇^{1,2,3}, 王洪光^{1,2}, 潘新安^{1,2}, 胡明伟^{1,2,3}

(1. 中国科学院沈阳自动化研究所, 辽宁 沈阳 110016;

2. 中国科学院机器人与智能制造创新研究院, 辽宁 沈阳 110016; 3. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要: 传统机器人工作空间灵活度主要采用逆运动学方法 (IK) 进行求解, 而偏置的存在导致协作机器人的逆运动学求解困难, 无法求解其工作空间灵活度. 为此, 提出了一种不需要进行逆运动学求解的改进方法. 首先, 对机器人偏置进行定义, 并分析 IK 方法的不足. 然后, 借助服务球的概念得到满足服务点条件的几何约束, 通过该几何约束得到求解灵活度的误差模型, 并提出影响灵活度求解的误差参数 E 及工作空间灵活度指标 λ . 接着, 分析改进方法中的参数 n 、 n_0 、 n_1 对 E 、 λ 的影响, 并确定该参数的取值. 最后, 对比改进方法与 IK 方法可知, 在保证求解准确性的前提下, 改进方法比 IK 方法的求解时间短、计算效率高. 通过求解具有偏置的协作机器人工作空间灵活度, 证明了改进方法具有适应性强的特点.

关键词: 工作空间灵活度; 协作机器人; 偏置; 误差参数

中图分类号: T241

文献标识码: A

A Solving Method for the Workspace Dexterity of Collaborative Robot

TIAN Yong^{1,2,3}, WANG Hongguang^{1,2}, PAN Xin'an^{1,2}, HU Mingwei^{1,2,3}

(1. Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China;

2. Institutes for Robotics and Intelligent Manufacturing, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China;

3. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: The workspace dexterity of traditional robot is mainly solved by inverse kinematics (IK) method, which can not solve the workspace dexterity of collaborative robot because of the offset effect on the solution of inverse kinematics. So, an improved solving method without using the inverse kinematics is proposed. Firstly, the robot offset is defined and the deficiencies of the IK method are analyzed. Then, the geometric constraint satisfying the service point conditions is obtained with the service sphere, and the error model of dexterity is achieved by using the geometric constraint. Besides, the workspace dexterity index λ and the error parameter E which affect the dexterity solution are proposed. Then, the effects of parameters n , n_0 and n_1 on E and λ are analyzed in the improved method, and the values of the parameters are determined. Finally, through the comparison between the improved method and the IK method, it can be seen that the solution time of the improved method is shorter than the IK method and the computational efficiency is higher while guaranteeing the solution accuracy. The solving of the workspace dexterity of the collaborative robot with offset proves the strong adaptability of the improved method.

Keywords: workspace dexterity; collaborative robot; offset; error parameter

1 引言 (Introduction)

随着机器人技术的进步和制造模式的变革, 近年来协作机器人越来越受到世界各国的重视. 根据 ISO 10218-2 中的定义, 协作机器人是指能够在指定的协作区域内与人进行直接交互的机器人^[1]. 目前, 典型的协作机器人有 KUKA iiwa、ABB Yumi、Sawyer、Baxter、Franka 等^[2,3]. 与传统的工业机器人相比, 协作机器人具有安全性高、通用性好、灵

敏、精准、易于使用和便于人机协作等优点. 上述优点使得协作机器人不仅在制造领域中得到应用, 而且在家庭服务和康复医疗等领域^[4,5]也具有潜在的应用价值.

工作空间灵活度是评价机器人性能的一项重要指标, 在研究机器人的选型、尺度综合、轨迹规划和避障等问题时具有重要的指导作用^[6]. 工作空间灵活度是指机器人末端参考点位于工作空间内某一点时, 末端工具能达到的姿态数量. 目前各国学者

对传统机器人的工作空间灵活度进行了大量研究。为了对机器人工作空间灵活度进行定量描述,通常采用几何构图法和数值分析法。几何构图法对于简单构型有效,但对于复杂构型较为困难,因此,目前主要通过数值分析法进行求解。针对传统机器人工作空间灵活度的研究,王伟等^[7]以获得最大灵活工作空间体积为目标对磨削机器人的构型进行了分析与优化,以保证机器人在工作过程中能够以不同的姿态跟踪位置; Zacharias 等^[8]针对机器人抓取物体的任务,以工作空间灵活度指标为准则,制定出抓取不规则形状物体的最佳抓取路径及姿态; 张立勋等^[9]针对微创外科手术机器人,借助姿态球给出了工作空间灵活度的定义,并对机器人的灵活工作空间进行了分析。上述求解工作空间灵活度的方法都是基于机器人逆运动学进行求解。传统机器人一般采用6自由度构型,并且满足 Pieper 准则,其逆运动学存在解析解。因此,传统机器人工作空间灵活度求解简单。

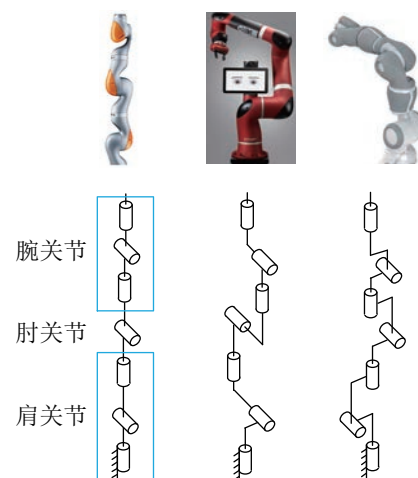
相对而言,协作机器人主要采用7自由度冗余构型,其工作空间灵活度的研究论述较少。国内外学者主要以 KUKA iiwa 机器人为研究对象,分析研究协作机器人的工作空间灵活度。Kim 等^[10]通过机器人正运动学对机器人的工作空间进行了遍历,并利用高斯混合模型统计在特定位姿下的概率密度,从而显示其灵活性,但求解需要大量的数据; Vahrenkamp 等^[11]通过机器人的逆运动学得到机器人的工作空间灵活度,并分析了工作空间中障碍物对工作空间灵活度的影响以及某一方向的工作空间灵活度,通过工作空间灵活度对机器人的路径进行规划,实现对物体的抓取; Zacharias 等^[12-13]通过对服务球进行离散化得到末端点的一系列位姿,通过逆运动学求解判断每个位姿是否有解来计算机器人的工作空间灵活度,并针对机器人抓取物体的任务,以工作空间灵活度指标为准则,制定出抓取不规则形状物体的最佳抓取路径及姿态; Dong 等^[14]对原有的工作空间灵活度进行了改进,首先对机器人末端姿态进行离散化,然后求出末端相应的位置,避免了末端长度对工作空间灵活度模型的影响; Porges 等^[15]通过正运动学得到机器人的可达工作空间,然后结合机器人的逆运动学求解工作空间灵活度,其采用的混合方法缩短了计算时间,并提高了计算精度。综上所述,目前在机器人工作空间灵活度求解方法中,正运动学方法需要大量的数据,计算耗时;逆运动学方法主要利用机器人逆运动学进行求解,本文称为 IK 方法。目前大多数

研究采用 IK 方法。而协作机器人很多是7自由度冗余机器人,其逆运动学存在无穷解的问题,求解速度很慢;并且很多构型因偏置的存在导致不符合 SRS 构型(肩、腕关节分别相交于一点),使得机器人不满足 Pieper 准则,导致其逆运动学求解较为困难。因此,协作机器人的工作空间灵活度通过 IK 方法求解是难以实现的。

针对上述不足,本文首先对协作机器人构型进行分析,并对偏置进行定义。然后以服务球的概念为基础,根据运动学正解得到机器人腕关节位姿,通过服务球的定义得到服务点位姿,通过是否存在相同的位姿来求解机器人工作空间灵活度。定义了协作机器人工作空间灵活度性能指标,通过分析求解模型中涉及的参数对工作空间灵活度的影响确定参数的取值。最后对比改进方法与 IK 方法,并求解具有偏置构型的协作机器人工作空间灵活度,可以看出,改进方法具有计算效率高、适用范围广的优点,并且避免了机器人逆运动学的求解。

2 构型分析及灵活度 (Configuration analysis and dexterity)

目前协作机器人构型大多数采用7个旋转关节构成的 $R\perp R\perp R\perp R\perp R\perp R$ 的构型。该构型采用3个旋转关节组成肩关节,1个旋转关节组成肘部,3个旋转关节组成腕关节,并且肩部和腕部的3个关节轴线分别相交于一点(如图1(a)所示),定义该构型为 SRS 构型^[16]。KUKA iiwa 采用该构型,如图1(a)所示,而 Sawyer、Yumi 等不满足 SRS 构型,如图1(b)、(c)所示,其肩部和腕部3个关节没有相交于一点。



(a) KUKA iiwa (b) Sawyer (c) Yumi

图1 现有典型的协作机器人

Fig.1 The existing typical collaborative robots

2.1 构型分析

协作机器人采用转动关节, 连杆两端关节的位置关系如图 2 所示, 其中 z_{i-1} 、 z_i 表示相邻关节的轴线, a_{i-1} 表示相邻轴线间的公垂线长度, d_i 表示轴长, θ_i 表示关节的转角, α_{i-1} 表示连杆的扭角.

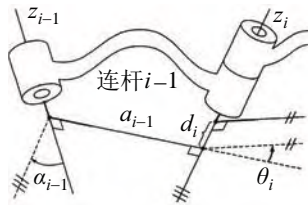


图 2 相邻关节间的位置关系

Fig.2 The positional relationship among adjacent joints

为了更清楚地描述 2 个相邻关节之间的位置关系, Gogu^[17] 利用 4 位二进制数据表示运动副的种类及在空间中的连接位姿, 并作为杆件的基因码进行结构综合. 本文采用 3 位二进制表示相邻关节的位置关系, 如表 1 所示. 当 $bit_1 = 0$ 时, 关节平行, 反之关节垂直; $bit_2 = 0$ 表示关节轴线间的公垂线长度为 0, $bit_3 = 0$ 表示轴长为 0, 且当 $bit_1 = 0$ 时, $bit_2 = 1$, $bit_3 = 0$.

表 1 位置关系的编码

Tab.1 Coding of positional relationship

bit_i	bit_1	bit_2	bit_3
编码	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i

则相邻关节之间的位置关系及编码如图 3 所示:

示:

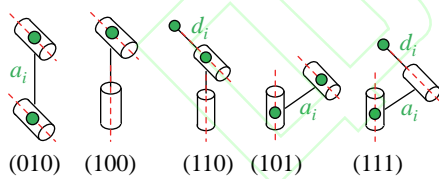


图 3 5 种位置关系及编码

Fig.3 Five kinds of positional relationship and coding

通过上述的编码方式对机器人进行编码, 并分析典型协作机器人构型的编码, 如表 2 所示.

表 2 典型协作机器人构型的编码

Tab.2 The configuration coding of typical collaborative robots

构型	二进制编码
SRS	100 110 100 110 100 100
Sawyer	111 110 110 110 110 100
Yumi	101 111 101 111 101 101
Franka	100 110 101 111 100 101
Baxter	101 110 101 110 101 101

通过构型编码可以看出: 目前协作机器人主要以 SRS 构型为基础构型, 其构型编码中的 $bit_1 = 1$, 而其他构型编码的不同体现在 bit_2 和 bit_3 上. 本文以 SRS 构型的编码为基础编码, 对比各机器人构型的编码, 如果编码与基础编码存在不同, 则定义该编码对应的机器人参数为偏置. 偏置的存在能够提高机器人的灵活性, 但会导致逆运动学求解困难.

2.2 灵活度的概念

工作空间灵活度是指机器人末端参考点位于工作空间内的某一点时, 末端工具能取得的姿态的数量. 所取姿态越多, 机器人在该点的灵活度就越高. 为了定量描述工作空间灵活度, 首先引出服务球和灵活度的定义^[7].

机器人的服务球如图 4 所示, A 为机器人末端参考点, 以 A 为原点建立坐标系 A -xyz, 使其与机器人的基坐标系方向相同. 以点 A 为球心, 末端工具长度 r 为半径形成一个球形区域, 该球即为服务球. B 为机器人腕关节所能到达的点, 称为服务点, 所有服务点的集合称为服务区; 服务区面积与服务球面积的比值称为点 A 处的工作空间灵活度.

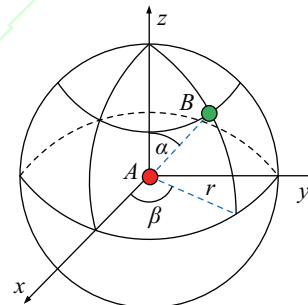


图 4 服务球

Fig.4 Service sphere

由服务球的定义可知, 机器人末端工具在工作空间中的姿态可以通过 α 、 β 两个参数进行描述, 其中 α 表示末端工具与坐标轴 z 的夹角, β 表示末端工具在 xy 平面上的投影与坐标轴 x 的夹角. 给定实数对 (α_i, β_j) , 当 $\alpha_i \in [-\pi, \pi]$ 、 $\beta_j \in [0, \pi]$ ($i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n$) 时, 对应的服务点 B_{ij} 可遍历整个球表面, 实现所有的姿态. 对于服务点 B_{ij} , 其与 A_i 形成的末端工具的位姿为 ${}^0_B T$, 若机器人末端工具能够到达该位姿, 记 $D(\alpha_i, \beta_j) = 1$; 若末端工具不能到达该位姿, 记 $D(\alpha_i, \beta_j) = 0$. 通过离散化的方法定义机器人工作空间内任意一点 A 的灵活度 D :

$$D = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n D(\alpha_i, \beta_j)}{mn} \quad (1)$$

其中, m, n 为 α, β 的离散数量.

灵活度 D 的值域为 $[0, 1]$, D 的大小反映了该工作空间点处的灵活度. D 越大, 表明该点的灵活度越好; 反之, 灵活度越差.

3 改进的求解方法 (The improved solution method)

3.1 IK 方法

目前针对协作机器人工作空间灵活度的研究大多都基于 SRS 构型, 如图 5 所示. 该构型的前 3 个关节的轴线相交于一点组合成肩关节, 后 3 个关节的轴线相交于一点组合成腕关节, 该构型不存在偏置.

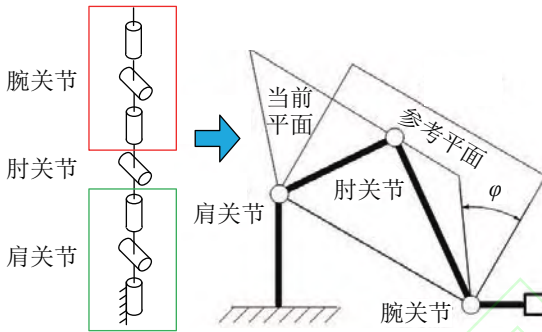


图 5 KUKA iiwa 构型及其逆运动学求解原理图

Fig.5 Configuration of KUKA iiwa and its inverse kinematics solution

针对不存在偏置的机器人, 其逆运动学求解算法采用文 [16] 中介绍的方法, 其原理如图 5 所示. 肩关节和腕关节为上述等效的关节, 其中 φ 为肩关节、肘关节和腕关节形成的当前平面与参考平面的夹角. 各关节角度值是关于位姿 ${}^0_B\mathbf{T}$ 和角度 φ 的函数, 即:

$$\theta = f({}^0_B\mathbf{T}, \varphi) \quad (2)$$

其中, f 表示机器人的逆运动学函数. 通过逆运动学求解方法可知, 机器人的逆运动学受角度 φ 的影响较大, 求解过程中需要对 φ 进行均分, 间距为 $\Delta\varphi$.

IK 方法求解机器人工作空间灵活度的原理是将位姿 ${}^0_B\mathbf{T}$ 代入机器人的逆运动学函数中, 求出各关节对应的角度值. 当求出的关节角度值在允许的角度范围内时, 点 B_{ij} 对应的 $D(\alpha_i, \beta_j) = 1$; 反之, $D(\alpha_i, \beta_j) = 0$.

当协作机器人构型存在偏置时, 其逆运动学求解比较困难, 从而导致无法通过 IK 方法对其工作空间灵活度进行求解. 因此, 需要提出一种改进的求解算法, 避免求解机器人的逆运动学.

3.2 改进方法的原理

针对 IK 方法的不足, 本文提出一种求解协作机器人工作空间灵活度的改进方法. 首先以服务球的概念为基础, 得到服务点与末端点形成的位姿. 然后通过运动学正解得到机器人末端关节的位姿, 通过判断两个位姿是否相同来求解机器人工作空间灵活度.

如图 6 所示, 在服务球中, 点 A 表示机器人的末端工具点, 点 B 代表服务点, B 所处的球为服务球, ${}^{0}_{B_{ij}}\mathbf{T}$ 表示服务点 B_{ij} 与点 A_i 形成的位姿矩阵, ${}^0_{A_i}\mathbf{T}$ 表示末端工具对应的位姿.

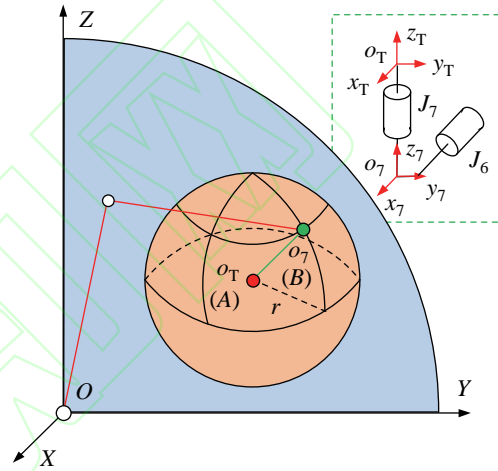


图 6 J_7 与末端工具的几何关系

Fig.6 The geometric relationship between J_7 and the end tool

对于机器人来讲, 在基坐标系 $O-XYZ$ 中, 关节 J_7 对应的的坐标系为 o_7-xyz , 末端工具坐标系为 $o_T-xTyTzT$, 二者之间的位置关系如图 6 中的虚线框所示, 其中 o_7, o_T 分别表示坐标系 $o_7-xyz, o_T-xTyTzT$ 的原点. ${}^0_7\mathbf{T}^q$ 表示关节 J_7 在基坐标系中的位姿, 利用机器人的正运动学可以得到位姿矩阵 ${}^0_7\mathbf{T}^q$. 通过几何约束判断 ${}^0_7\mathbf{T}^q$ 与 ${}^0_{B_{ij}}\mathbf{T}$ 是否相等完成对机器人工作空间灵活度的求解, 求解的具体过程如下:

1) 在机器人的基坐标系 $O-XYZ$ 中, 通过 D-H 法建立机器人的末端工具坐标系 $o_T-xTyTzT$ 以及关节 J_7 对应的坐标系 o_7-xyz , 并使点 A 与 o_T 重合, 当各关节在允许范围内取任意值时, o_T 到 o_7 的距离 r 始终为 $|\vec{BA}|$, r 为服务球半径, 且 $|\vec{o_T o_7}| = |\vec{BA}|$, z_T 与 z_7 方向始终相同.

通过蒙特卡洛法对机器人各关节的取值进行遍历, 并利用机器人的正运动学得到 ${}^0_7\mathbf{T}^q$, 从而使机器人关节 J_7 能够充满整个工作空间, 保证后续求解的准确性. 本文取关节 J_7 的位姿数为 n , 记作 ${}^0_7\mathbf{T}^q$ ($q = 1, 2, \dots, n$), 取 A 的点数为 n_0 , 记作 A_i ($i = 1, 2, \dots, n_0$), 且末端的位姿为 ${}^0_{A_i}\mathbf{T}$.

$${}^0_7\mathbf{T}^q = \begin{bmatrix} {}^0_7\mathbf{n}^q & {}^0_7\mathbf{o}^q & {}^0_7\mathbf{a}^q & {}^0_7\mathbf{p}^q \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$${}^0_{A_i}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} {}^0_{A_i}\mathbf{n}^i & {}^0_{A_i}\mathbf{o}^i & {}^0_{A_i}\mathbf{a}^i & {}^0_{A_i}\mathbf{p}^i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中, \mathbf{n} 、 \mathbf{o} 、 \mathbf{a} 分别表示局部坐标系 $o_T-x_Ty_Tz_T$ 、 o_7-xyz 的坐标轴 x 、 y 、 z 在基坐标系中的方向矢量, \mathbf{p} 表示坐标原点 o_T 、 o_7 在基坐标系中的位置矢量。

2) 根据服务球的概念, 在机器人每个末端点 A_i 的服务球上取 n_1 个服务点, 每个服务点 B 记作 B_{ij} ($j = 1, 2, \dots, n_1$), 每个服务点 B_{ij} 对应一组 $(\alpha_{ij}, \beta_{ij})$, B_{ij} 与 A_i 形成的位姿矩阵 ${}^0_{B_{ij}}\mathbf{T}$ 为

$${}^0_{B_{ij}}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} {}^0_{B_{ij}}\mathbf{n}^j & {}^0_{B_{ij}}\mathbf{o}^j & {}^0_{B_{ij}}\mathbf{a}^j & {}^0_{B_{ij}}\mathbf{p}^j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

根据图 6 中的几何关系可得 ${}^0_{B_{ij}}\mathbf{a}^i$ 以及服务球半径 r 为

$${}^0_{B_{ij}}\mathbf{a}^i = \frac{\overrightarrow{B_{ij}A_i}}{|\overrightarrow{B_{ij}A_i}|}, \quad r = |\overrightarrow{B_{ij}A_i}|, \quad \overrightarrow{B_{ij}A_i} = {}^0_{A_i}\mathbf{p}^i - {}^0_{B_{ij}}\mathbf{p}^j \quad (6)$$

通过点 B_{ij} 与点 A_i 的关系, 可以求得:

$${}^0_{B_{ij}}\mathbf{p}^j = {}^0_{A_i}\mathbf{p}^i + \begin{bmatrix} r \sin \alpha_{ij} \cos \beta_{ij} \\ r \sin \alpha_{ij} \sin \beta_{ij} \\ r \cos \alpha_{ij} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$${}^0_{B_{ij}}\mathbf{a}^i = \begin{bmatrix} \sin \alpha_{ij} \cos \beta_{ij} \\ \sin \alpha_{ij} \sin \beta_{ij} \\ \cos \alpha_{ij} \end{bmatrix} \quad (8)$$

3) 求解工作空间灵活度. 对于机器人服务点 B_{ij} 与 A_i 形成的位姿矩阵 ${}^0_{B_{ij}}\mathbf{T}$, 找出工作空间中是否存在位姿矩阵 ${}^0_7\mathbf{T}^q$ 与其相同, 则需要满足:

$$\begin{cases} {}^0_7\mathbf{p}^q = {}^0_{B_{ij}}\mathbf{p}^j \\ {}^0_7\mathbf{a}^q // {}^0_{B_{ij}}\mathbf{a}^j \end{cases} \quad (9)$$

为满足式 (9) 的条件, 在数值求解过程中会存在一定的误差. 为减小误差, 需要取很多组 J_7 的位姿数据, 这就对计算机内存要求很高, 并且计算时间长. 为减少计算量和存储数据所需的内存, 本文允许上述条件存在一定的误差, 设误差模型为

$$\Delta p_{ij} = \left| {}^0_7\mathbf{p}^q - {}^0_{B_{ij}}\mathbf{p}^j \right|, \quad \Delta \omega_{ij} = \left| {}^0_7\mathbf{a}^q \times {}^0_{B_{ij}}\mathbf{a}^j \right| \quad (10)$$

其中, Δp 表示两个位姿之间的位置误差, $\Delta \omega$ 表示两个位姿之间的姿态误差. 为了消除量纲对参

数 Δp 、 $\Delta \omega$ 的影响, 本文对其进行了归一化处理, 令:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{p}_{ij} &= \frac{\Delta p_{ij}}{\max \Delta p_{ij} - \min \Delta p_{ij}} \\ \Delta \bar{\omega}_{ij} &= \frac{\Delta \omega_{ij}}{\max \Delta \omega_{ij} - \min \Delta \omega_{ij}} \end{aligned} \quad (11)$$

对于机器人末端的任意一点 A_i , 其服务点 B_{ij} 与 A_i 形成的位姿矩阵 ${}^0_{B_{ij}}\mathbf{T}$ 和工作空间中 ${}^0_7\mathbf{T}^q$ 的最小误差为

$$e_{B_{ij}} = \min \sqrt{\Delta \bar{p}^2 + \Delta \bar{\omega}^2} \quad (12)$$

所有的点 A_i 对应的误差为

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_{A_1} \\ e_{A_2} \\ \dots \\ e_{A_{n_0}} \end{bmatrix}_{n_0 \times n_1}, \quad \text{其中 } \mathbf{e}_{A_i} = \begin{bmatrix} e_{B_{i1}} \\ e_{B_{i2}} \\ \dots \\ e_{B_{in_1}} \end{bmatrix}_{1 \times n_1}$$

因此, 判断工作空间中是否存在 ${}^0_7\mathbf{T}^q$ 与 ${}^0_{B_{ij}}\mathbf{T}$ 相同的条件为: 对于机器人工作空间中存在的 ${}^0_7\mathbf{T}^q$ 与 ${}^0_{B_{ij}}\mathbf{T}$, 两者最小误差是否小于某一设定值 E , 作为是否满足式 (9) 条件的一项评价准则. 如果 $e_{B_{ij}} \leq E$, 则该位姿机器人末端能够达到.

如果在工作空间中存在与 ${}^0_{B_{ij}}\mathbf{T}$ 相同的 ${}^0_7\mathbf{T}^q$, 则 $D(B_{ij}) = 1$; 否则, $D(B_{ij}) = 0$. 点 A_i 的灵活度为

$$D_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_1} D(B_{ij})}{n_1} \quad (13)$$

通过机器人工作空间灵活度求解方法可知, E 值的选取对工作空间灵活度的求解影响很大, 因此 E 值是求解工作空间灵活度的关键因素. 而机器人连杆总长度 L 对 E 值的影响很大, 为保证工作空间灵活度有可比性, 计算前需要对机器人连杆长度进行归一化处理. 令 $L_i = L_i/L$ (L_i 表示机器人各连杆的长度), 排除连杆总长度 L 对 E 的影响, 保证 E 不变, 使工作空间灵活度指标具有可比性.

对于工作空间中的末端点 A_i , 其工作空间灵活度的求解如式 (13) 所示, D_i 表示单个末端点对应的工作空间灵活度. 由于不同末端点 A_i 的工作空间灵活度 D_i 不同, 因此, 单个 D_i 数值不能体现出机器人在整个工作空间中的灵活度性能. 本文借鉴全局运动性能指标^[18]定义工作空间灵活度性能指标, 将机器人工作空间中末端点 A_i 的灵活度的平均值作为工作空间灵活度性能指标 λ . 如式 (14) 所示:

$$\frac{1}{\lambda} = \sum_{i=1}^{n_0} D_i/n_0 \quad (14)$$

其中, n_0 为工作空间中末端点的个数, D_i 为每个末端点 A_i 的工作空间灵活度, D_i 越大, 该点的灵活度越高. 因此, 工作空间灵活度性能指标 λ 越小, 机器人性能越好, 当 $\lambda = 1$ 时, 机器人的工作空间灵活度性能最好.

3.3 E 值的确定

通过 3.2 节可知, E 为某一很小的数值, 是求解工作空间灵活度的关键因素. 本节以协作机器人 SRS 构型为对象, 研究如何对 E 值进行选取, 机器人的机构简图及 D-H 坐标如图 7 所示. 其中, $L_1 = 400 \text{ mm}$, $L_2 = 400 \text{ mm}$, $L_3 = 100 \text{ mm}$.

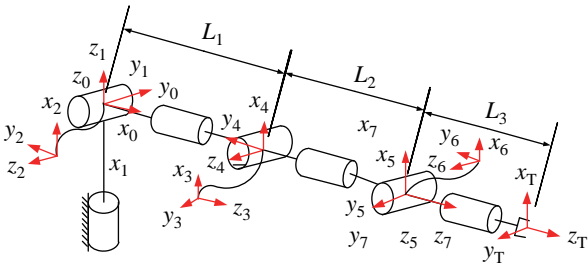


图 7 机器人 KUKA iiwa 的 D-H 坐标系

Fig.7 The D-H coordinate system of KUKA iiwa robot

机器人的工作空间关于 z_0 对称, 因此在分析过程中取工作空间的 xz 截面, 并对工作空间截面进行离散化, 如图 8 所示: 1) 利用均匀网格将工作空间离散化, 网格间隔为 Δ , 其大小影响工作空间的分辨率; 2) 利用蒙特卡洛法得到机器人的工作空间, 并判断每个网格是否含有工作空间的点; 3) 如果网格中无工作空间点, 则将网格置 0, 否则, 将网格置 1, 最终为 1 的网格将工作空间离散化, 工作空间的离散数量为 n_0 . 通过该方法得到工作空间的截面, 文中取工作空间截面的一半进行展示.

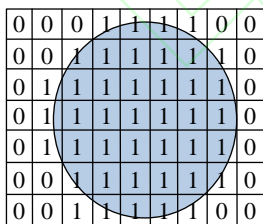


图 8 工作空间离散化

Fig.8 Discretization of workspace

由于 E 值对机器人的工作空间灵活度有很大影响, 因此需要找出合适的的数据指标来确定 E 的值. 本文通过以下几种数据指标对 E 值进行选取, 并对各数据指标进行对比分析, 最终选择适当的指标作为 E 值的选取方式:

$E_1 = \text{mean } \mathbf{e}$: 表示总体误差的平均值, 反映了 $e_{B_{ij}}$ 的总体大小;

$E_2 = \text{mine}$: 表示误差的最小值, 以 $e_{B_{ij}}$ 的最小值为依据, 并保证服务球上至少有一个 ${}^0 T_{B_{ij}}$ 与 ${}^0 T_q$ 相同;

$E_3 = \max(\text{mean } \mathbf{e}_{A_i})$: 表示在误差平均值最小的点 A_i 上, 其服务球上所有 $e_{B_{ij}}$ 的最大值, 该指标保证工作空间中至少有一个点满足 $D_i = 1$;

$E_4 = \min(\text{mean } \mathbf{e}_{A_i} + 3 \times \sigma(\mathbf{e}_{A_i}))$: 通过服务球的概念可知, 误差矩阵 \mathbf{e} 中每行代表工作空间中 A_i 的服务球上所有 $e_{B_{ij}}$. 根据概率论与统计学原理, $\text{mean } \mathbf{e}_{A_i} + 3 \times \sigma(\mathbf{e}_{A_i})$ 包含了 A_i 服务球上所有误差的 99.7%, E_4 保证至少有一个点满足灵活性 $D_i = 1$.

由于通过蒙特卡洛法得到的机器人末端位姿具有随机性, 每次求解结果不同, 导致数据指标 E_1 、 E_2 、 E_3 、 E_4 是随机变化的. 为了研究随机性对 4 种数据指标的影响, 本文利用蒙特卡洛法对机器人的关节进行取值, 通过 20 组随机数据进行仿真, 求得每组数据指标如表 3 所示, 其中 $n = 10^6$, $n_1 = 30$, $n_0 = 1000$, σ 为最大值与最小值的比值.

表 3 E_1 、 E_2 、 E_3 、 E_4 的仿真数据

Tab.3 Simulation data of E_1 、 E_2 、 E_3 、 E_4

序号	E_1	E_2	E_3	E_4
1	0.061 6	0.001 7	0.044 5	0.045 2
2	0.061 4	0.001 2	0.043 4	0.045 0
3	0.061 4	0.002 9	0.046 7	0.046 4
4	0.061 3	0.002 0	0.050 0	0.044 9
5	0.061 4	0.002 9	0.045 2	0.044 2
6	0.061 3	0.002 4	0.052 7	0.045 0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
18	0.061 3	0.003 1	0.047 5	0.045 9
19	0.061 3	0.003 0	0.042 1	0.045 8
20	0.061 7	0.003 1	0.044 4	0.045 7
σ	1.007 4	3.932 8	1.467 1	1.081 0
平均值	0.061 5	0.002 7	0.044 4	0.045 2

通过表 3 中数据的最大值与最小值的比值 σ 可以看出: 相对于 E_2 、 E_3 的数据, E_1 、 E_4 值更稳定. E_1 只反映误差的平均值, 而 E_4 反映了工作空间中至少存在一个灵活度为 $D_i = 1$ 的末端点, 具有合理的数学意义, 因此本文选用指标 E_4 作为 E 的参考值.

3.4 n 、 n_0 、 n_1 对灵活度分布的影响

从改进方法的求解过程可以看出, 工作空间灵活度的求解与参数 n 、 n_0 、 n_1 有关. 其中 n 表示机器人关节随机取值的数量, n_0 表示工作空间末端点数, n_1 表示每个末端点服务点的个数. 本节主要研究参数 n 、 n_0 、 n_1 对工作空间灵活度指标及灵活度

分布的影响.

表 4 表示 $n = 10^6$ 、 $n_0 = 10^3$ 时, E 值随 n_1 的变化情况, 对每个 n_1 计算 10 组 E 值. 通过对比可以看出随着 n_1 的增加, E 的平均值逐渐增加而 λ 逐渐减小. 当 $n_1 = 30$ 时, E 、 λ 趋于稳定, 因此文中在每个末端点的服务球上分配 30 个点, 即 $n_1 = 30$.

表 4 E 随 n_1 的变化
Tab.4 The effect of n_1 on E

序号	$n_1 = 5$	$n_1 = 10$	$n_1 = 20$	$n_1 = 30$	$n_1 = 40$
1	0.023 2	0.033 1	0.042 2	0.046 0	0.047 1
2	0.031 6	0.039 2	0.041 9	0.044 6	0.044 8
3	0.031 0	0.031 2	0.042 7	0.043 9	0.042 5
4	0.026 1	0.029 6	0.038 7	0.043 5	0.043 6
5	0.030 2	0.033 8	0.039 9	0.043 2	0.043 9
6	0.029 5	0.037 4	0.037 3	0.042 4	0.042 4
7	0.035 3	0.032 3	0.042 9	0.044 2	0.044 9
8	0.034 5	0.040 6	0.040 2	0.045 1	0.043 2
9	0.033 1	0.031 3	0.041 8	0.043 0	0.045 2
10	0.033 1	0.037 0	0.036 2	0.044 4	0.043 6
σ	1.517	1.372 9	1.186 9	1.084 9	1.108 2
平均值	0.030 8	0.034 6	0.040 4	0.045	0.045
λ	2.715 6	2.219 1	1.785	1.621 1	1.619 8

表 5 λ 随 n_0 的变化
Tab.5 The effect of n_0 on λ

n_0	1000	2000	4000
E	0.045	0.045	0.046
λ	1.62	1.61	1.62

表 5 表示 $n = 10^6$ 、 $E = E_4$ 时, $n_0 = 10^3$ 、 $2 \times$

10^3 、 4×10^3 对应的工作空间灵活度指标的变化. 通过对比可以进一步看出, n_0 的大小对 E 、 λ 的影响很小. 图 9 表示 $n = 10^6$ 、 $E = E_4$ 时, $n_0 = 2 \times 10^3$ 、 4×10^3 对应的工作空间灵活度的分布图. 通过数据和分布图可以看出, n_0 的取值对工作空间灵活度的分布影响很小, 只是增加了工作空间的分辨率.

表 6 表示 $n_0 = 10^3$ 、 $n_1 = 30$ 时, E 值随 n 的变化情况. 图 10 所示为 n 对工作空间灵活度分布的影响. 通过对比可以看出, 随着 n 的增加, E 值逐渐减小, 但 λ 变化较小, 并且当 n 大于 7×10^5 时, E 与 λ 趋于稳定. 考虑计算数据大会影响计算效率的问题, 文中取 J_7 的随机点数为 $n = 10^6$.

通过上述分析可知, 当 $n = 10^6$ 、 $n_1 = 30$ 和 $n_0 = 10^3$ 时, E 与 λ 的值趋于稳定. 因此, 本文取 $E = 0.045$ 对协作机器人工作空间灵活度进行分析.

4 仿真算例 (Simulation example)

通过 3.4 节分析, 本文取 $n = 10^6$ 、 $n_1 = 30$ 、 $n_0 = 10^3$ 和 $E = 0.045$ 对协作机器人工作空间灵活度进行分析. 同时对比改进方法与 IK 方法的求解时间, 并求解具有偏置的 Sawyer、Yumi 工作空间灵活度.

4.1 改进方法与 IK 方法对比

分别利用改进方法和 IK 方法对机器人工作空间灵活度进行求解, 其中逆运动学求解如式 (2) 所示, 求解过程中 $\Delta\varphi$ 分别取 0.1、0.2、0.3、0.4、0.5、0.6, 单位为 rad. 如表 7 所示, 当 $\Delta\varphi = 0.2$ rad 时, 工作空间灵活度指标趋于稳定, 因此在 IK 方法求解过程中取 $\Delta\varphi = 0.2$ rad.

表 6 E 随 n 的变化
Tab.6 The effect of n on E

n	10^5	2×10^5	3×10^5	4×10^5	5×10^5	6×10^5	7×10^5	8×10^5	9×10^5
1	0.083 3	0.068 9	0.063 6	0.057 5	0.057 8	0.048 1	0.049 8	0.047 5	0.044 9
2	0.074 3	0.068 1	0.063 7	0.053 4	0.055 5	0.050 8	0.050 1	0.048 3	0.043 6
3	0.078 8	0.068 3	0.062 7	0.056 9	0.052 0	0.053 2	0.050 2	0.045 1	0.045 0
4	0.078 2	0.068 7	0.061 6	0.058 5	0.056 8	0.054 1	0.050 8	0.046 3	0.047 7
5	0.083 9	0.065 6	0.059 9	0.056 4	0.053 4	0.047 4	0.046 1	0.047 4	0.045 4
6	0.078 8	0.067 6	0.062 0	0.054 0	0.052 3	0.051 5	0.050 4	0.047 7	0.047 9
7	0.082 5	0.068 5	0.061 3	0.058 9	0.057 0	0.052 9	0.048 9	0.046 5	0.047 0
8	0.081 4	0.065 2	0.058 8	0.052 6	0.054 7	0.053 1	0.050 0	0.044 9	0.045 9
9	0.082 9	0.064 8	0.062 3	0.054 4	0.057 3	0.047 0	0.048 5	0.048 4	0.048 6
10	0.076 0	0.065 2	0.062 7	0.054 9	0.050 8	0.052 7	0.051 6	0.047 1	0.045 0
σ	1.13	1.06	1.08	1.12	1.138	1.15	1.118	1.076 2	1.114 4
平均值	0.08	0.067 1	0.061 9	0.055 8	0.054 8	0.051 1	0.049 6	0.046 9	0.046 1
λ	1.518 7	1.599 7	1.558 2	1.640 9	1.572 9	1.631 7	1.620 7	1.626 4	1.620 7

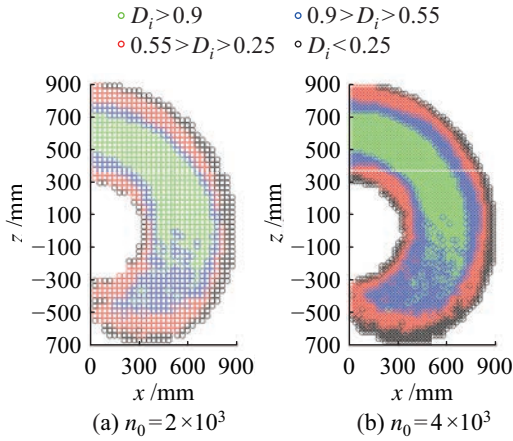


图9 n_0 对工作空间灵活度分布的影响

Fig.9 The effect of n_0 on the workspace dexterity distribution

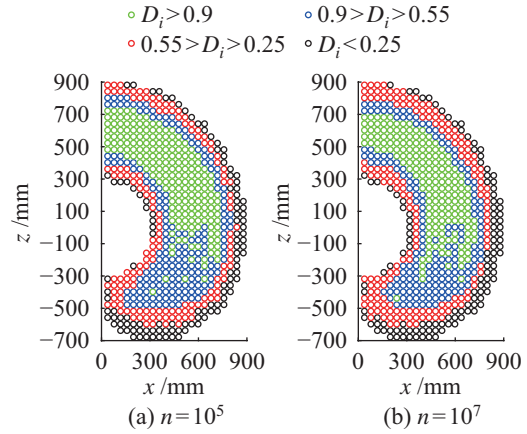


图10 n 的取值对工作空间灵活度分布的影响

Fig.10 The effect of n on the workspace dexterity distribution

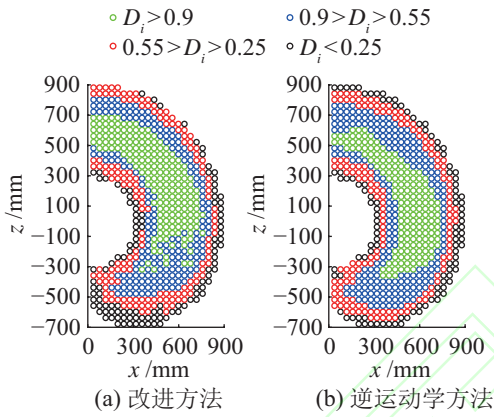


图11 改进方法与IK方法的灵活度分布图

Fig.11 The dexterity distribution of the improved method and IK method

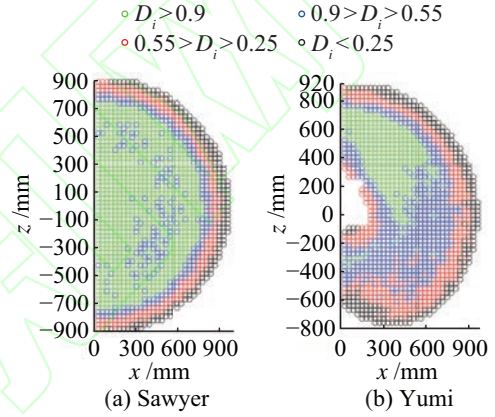


图12 不同机器人构型的灵活度分布

Fig.12 The dexterity distribution of different robot configurations

表7 $\Delta\varphi$ 对IK方法的影响

Tab.7 The effect of $\Delta\varphi$ on the IK method

$\Delta\varphi$ /rad	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
λ	1.626	1.627	1.631	1.637	1.647	1.656
t /s	3764	1982	1384	1100	948	848

表8 两种方法对比

Tab.8 Comparison of the two methods

	改进方法	IK方法
参数设置	$E = 0.045, n = 10^6$	$\Delta\varphi = 0.2$ rad
求解时间 t /s	121	1982
λ	1.62	1.62

表8为改进方法与IK方法的参数设置及求解结果的对比情况。图11所示为改进方法与IK方法得到的工作空间灵活度分布情况。通过对比可以看出，利用改进方法求解的工作空间灵活度指标 $\lambda_1 = 1.62$ ，与利用IK方法求解的结果 $\lambda_2 = 1.626$ 基本相同，并且改进的求解算法的求解时间短，为利

用IK方法所用时间的1/16。改进方法在保证求解正确性的前提下，能够大大提高求解效率，说明了改进方法的正确性与有效性。

4.2 典型协作机器人工作空间灵活度的求解

由3.1节对IK方法的分析可知，对于存在偏置的协作机器人，其工作空间灵活度指标求解困难，无法通过工作空间性能指标对机器人的构型进行优化。本节通过改进的方法对具有偏置的协作机器人工作空间灵活度进行求解，避免对机器人逆运动学进行求解。

利用改进的求解方法，对协作机器人KUKA iiwa、Sawyer、Yumi的工作空间灵活度进行求解，求解结果如表9所示，灵活度分布如图12所示。该仿真算例可以说明，改进的求解算法不仅适用于KUKA iiwa构型，而且适应于存在偏置的Sawyer、Yumi构型，说明了改进算法的应用范围广。由于不需要求解机器人逆运动学，针对不同的构型不需要改变算法，求解简单。

表 9 3 种协作机器人性能对比

Tab.9 Performance comparison of three kinds of collaborative robots

构型	KUKA iiwa	Yumi	Sawyer
指标 λ	1.62	1.64	1.32

5 结论 (Conclusion)

本文基于服务球的概念, 提出了一种求解协作机器人工作空间灵活度的改进方法, 避免了 IK 方法的不足. 首先分析了现有的协作机器人构型, 得出偏置是影响机器人构型的一项重要因素, 并对偏置进行定义. 然后基于服务球的概念得到满足服务点的几何约束, 通过几何约束得到了误差模型及误差参数 E , 并定义了机器人工作空间灵活度性能指标 λ ; 分析了参数 n 、 n_0 、 n_1 对 E 、 λ 的影响, 最终确定了参数的取值. 最后通过对比改进的方法与 IK 方法可以看出, 在保证两种方法灵活度指标基本相等的情况下, 改进方法的求解时间明显降低, 大大提高了求解效率; 接着求解了具有偏置的 Sawyer、Yumi 构型的工作空间灵活度, 说明了改进方法应用的广泛性.

本文提出的求解协作机器人工作空间灵活度的改进方法具有不需求解机器人逆运动学的优势, 但是求解过程存在一定的偏差, 尤其是误差 E 的选取对求解结果影响很大, 下一步会对 E 的选取作进一步研究.

参考文献 (References)

- [1] International Organization for Standardization. Robots and robotic devices—Collaborative robots[EB/OL]. (2016-02-04) [2017-03-15]. <https://www.iso.org/standard/62996.html>.
- [2] Stolt A, Linderöth M, Robertsson A, et al. Robotic assembly of emergency stop buttons[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, USA: IEEE, 2013: 2081.
- [3] 胡明伟, 王洪光, 潘新安, 等. 一种协作机器人运动性能分析与仿真[J]. 智能系统学报, 2017, 12(1): 75-81.
Hu M W, Wang H G, Pan X A, et al. Analysis and simulation on kinematics performance of a collaborative robot[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2017, 12(1): 75-81.
- [4] 侯澈, 王争, 赵忆文, 等. 面向直接示教的机器人负载自适应零力控制[J]. 机器人, 2017, 39(4): 439-448.
Hou C, Wang Z, Zhao Y W, et al. Load adaptive force-free control for the direct teaching of robots [J]. Robot, 2017, 39(4): 439-448.
- [5] Bogue R. Advances in robot interfacing technologies[J]. Industrial Robot, 2013, 40(4): 299-304.
- [6] Wagner M, Heß P, Reitelshöfer S, et al. Reachability analysis for cooperative processing with industrial robots [C]//International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation. Piscataway, USA: IEEE, 2017: 6pp.
- [7] 王伟, 俞超. 砂带磨削机器人的灵活性分析与优化[J]. 机器人, 2010, 32(1): 48-54.
Wang W, Yun C. Dexterity analysis and optimization of belt grinding robot[J]. Robot, 2010, 32(1): 48-54.
- [8] Zacharias F, Borst C, Hirzinger G. Capturing robot workspace structure: Representing robot capabilities[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, USA: IEEE, 2007: 3229-3236.
- [9] 张立勋, 于凌涛, 赵继亮, 等. 基于微创外科手术机器人操作手的夹持灵活度研究[J]. 机器人, 2009, 31(3): 197-203.
Zhang L X, Yu L T, Zhao J L, et al. On clamping dexterity of minimally invasive surgical robot manipulator [J]. Robot, 2009, 31(3): 197-203.
- [10] Kim S, Shukla A, Billard A. Catching objects in flight[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2014, 30(5): 1049-1065.
- [11] Vahrenkamp N, Asfour T, Metta G, et al. Manipulability analysis[C]//IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots. Piscataway, USA: IEEE, 2012: 568-573.
- [12] Zacharias F, Howard I S, Hulin T, et al. Workspace comparisons of setup configurations for human-robot interaction [C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, USA: IEEE, 2010: 3117-3122.
- [13] Zacharias F, Schlette C, Schmidt F, et al. Making planned paths look more human-like in humanoid robot manipulation planning[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, USA: IEEE, 2011: 1192-1198.
- [14] Dong J, Trinkle J C. Orientation-based reachability map for robot base placement[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, USA: IEEE, 2015: 1488-1493.
- [15] Porges O, Stouraitis T, Borst C, et al. Reachability and capability analysis for manipulation tasks[C]//ROBOT2013: First Iberian Robotics Conference. Berlin, Germany: Springer, 2014: 703-718.
- [16] Shimizu M, Kakuya H, Yoon W K, et al. Analytical inverse kinematic computation for 7-DOF redundant manipulators with joint limits and its application to redundancy resolution[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2008, 24(5): 1131-1142.
- [17] Gogu G. Structural synthesis of fully-isotropic parallel robots with schönflies motions via theory of linear transformations and evolutionary morphology[J]. European Journal of Mechanics – A/Solids, 2007, 26(2): 242-269.
- [18] Gosselin C, Angeles J. A global performance index for the kinematic optimization of robotic manipulators[J]. Journal of Mechanical Design, 1991, 113(3): 220-226.

作者简介:

田勇 (1988-), 男, 博士生. 研究领域: 机器人机构学.

王洪光 (1965-), 男, 博士, 研究员. 研究领域: 机器人机构学, 机电一体化技术, 特种机器人.

潘新安 (1982-), 男, 博士, 副研究员. 研究领域: 机器人机构学, 机电一体化.