控制理论与应用
Control Theory & Applications

文章编号: 1000- 8152(2003) 01- 0001- 07

奇异摄动控制系统: 理论与应用

刘华平, 孙富春, 何克忠, 孙增圻
(清华大学 计算机科学与技术系, 智能技术与系统国家重点实验室, 北京 100084;
中国科学院 沈阳自动化研究所 机器人学重点实验室, 辽宁 沈阳 110015)

摘要: 系统地回顾了近年来奇异摄动控制技术的发展, 主要包括线性奇异摄动系统的稳定性分析与镇定、最优控制、H_∞控制, 非线性奇异摄动系统的镇定、优化控制和基于积分流形的几何方法, 以及奇异摄动技术在实际工业, 例如机器人领域、航天技术领域和工程工业、制造业等中的成功应用. 并指出了这一领域进一步研究的方向.

关键词: 奇异摄动; 稳定性; 最优控制; H_∞控制; 积分流形
中图分类号: TP11　　文献标识码: A

Survey of singularly perturbed control systems: theory and applications

LIU Hua_ping, SUN Fu_chun, HE Ke_zhong, SUN Zeng_qi
(State Key Laboratory of Intelligent Technology and Systems, Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China;
Robotics Laboratory, Shenyang Institute of Automation, Academia Sinica, Liaoning Shenyang 110015, China)

Abstract: The development of singularly perturbed systems for recent years is discussed, including the stability analysis, optimal control and H_∞ control of the linear singularly perturbed systems, the stabilization and optimal control of nonlinear cases, and the integral manifold based geometry approach. The successful applications in robotics, aeronautics and process industry are also reviewed. In the end, some constructive research directions are proposed.

Key words: singularly perturbed; stability; optimal control; H_∞ control; integral manifold

1 引言(Introduction)

在系统理论与控制工程中, 建模是一个基本问题. 对一个实际的物理系统建立的合理的数学模型常常是高阶的微分方程. 如果系统中存在一些小的时间常数、惯量、电导或电容, 则会使得作为数学模型的微分方程有相当高的阶数, 以及病态的数值特性. 早期对这类系统的处理方法是简单地忽略快变模态从而降低系统的阶数, 然而, 大量事实证明, 基于这样的简化模型设计的控制效果往往与设计要求相距甚远. 奇异摄动方法是有效处理这类问题的工具. 其思想是首先忽略快变量以降低系统阶数, 然后通过引入边界层校正来提高近似程度. 这两个降阶的系统就可以用来近似原系统的动力学行为. 这实际上相当于在两个时间尺度范围内分别独立完成设计任务. 对动态系统, 这种分解实际上就是一种时标的分解.

奇异摄动方法自上世纪 60 年代开始应用于控制理论的研究, 并一直伴随着控制理论的发展而壮大, 本文试图回顾近年来该领域取得的重大成就, 以及一些成功的应用, 并进一步指出发展的方向.

2 稳定性(Stability)

2.1 连续系统(Continuous systems)

线性连续时不变奇异摄动控制系统的一般表现形式为

$$\begin{cases} \dot{x} = A_{11}x + A_{12}z + B_1u, & x(0) = x_0, \\ \varepsilon\dot{z} = A_{21} + A_{22}z + B_2u, & z(0) = z_0. \end{cases} \tag{1}$$

其中摄动参数 $\varepsilon \ll 1$.

对线性时不变系统, 经典的稳定性分析结果由 Klimushev 于 20 世纪 60 年代通过"快慢分解"的思想得到[1], 即: 如果慢、快子系统均是稳定的, 则摄动参数必存在一个稳定上界, 在此范围之内, 奇异摄动系统是稳定的. 由于该方法将奇异摄动系统的稳定性分解为快、慢子系统的稳定性, 避免了由于摄动参数引入的病态问题, 因而直至今日, 仍然是分析稳定性的主要方法之一. 该方法的关键在于对摄动参数上界的计算. 多年以来, 各国的学者在这一领域作了大量工作, 早期的方法一般是频域方法, 如文献[2, 3]采用频域方法求取上界, 即将状态空间模型转化为等价的频域模型, 通过检查相关条件来确定其值. 而文献[4]采用广义 Nyquist 图作为工具, 当快模态维数为 1 时, 能够得到确切的上界, 但该方法很

收稿日期: 2001- 12- 17; 收修改稿日期: 2002- 06- 10.
基金项目: 国家自然科学基金(60084002); 国家高技术研究发展计划(863- 704- 2- 18); 全国优秀博士论文作者专项基金(200041); 中国科学院沈阳自动化研究所机器人学重点实验室基金(RL200001)资助项目.

难推广到高维情形.

较之频域方法, 时域方法的优点在于所需的假设较少, 且可用于高阶系统. 如文献[5]将问题转化为摄动参数不确定性的系统鲁棒性问题,利用临界判据法, 只需求解矩阵的实特征值即可. 文献[6]采用时域和频域方法同时给出了摄动参数上界的闭合解析式. 线性时不变奇异摄动系统的严格稳定性判别条件已经得到,但计算过程尚需简化.

在闭环系统方面, 文献[7]研究了采用输出反馈时闭环系统的稳定性,并给出鲁棒稳定性的定量分析. 文献[8]利用 Lyapunov 方程, 研究了可以使稳定摄动参数上界达到无穷大的状态反馈控制律.

2.2 离散系统(Discrete systems)

与连续系统不同,离散奇异摄动系统由于采样速率的不同,往往存在多种表达形式[9], 例如, 常见的有以下 4 种表达:

$$\begin{cases} x(k+1) = A_{11}x(k) + \varepsilon A_{12}z(k), \\ z(k+1) = A_{21}x(k) + \varepsilon A_{22}z(k), \end{cases} \tag{2.1}$$

$$\begin{cases} x(k+1) = A_{11}x(k) + \varepsilon^{1-\theta}A_{12}z(k), \\ z(k+1) = \varepsilon^{\theta}A_{21}x(k) + \varepsilon A_{22}z(k), \end{cases} \tag{2.2}$$

$$\begin{cases} x(k+1) = A_{11}x(k) + A_{12}z(k), \\ z(k+1) = \varepsilon A_{21}x(k) + \varepsilon A_{22}z(k), \end{cases} \tag{2.3}$$

$$\begin{cases} x(k+1) = (I + \varepsilon A_{11})x(k) + \varepsilon A_{12}z(k), \\ z(k+1) = A_{21}x(k) + A_{22}z(k). \end{cases} \tag{2.4}$$

目前,许多连续系统的分析方法已能推广到离散情形, 例如,文献[9]采用类似文献[4]的方法,基于 Nyquist 图确定了摄动参数的稳定上界, 结果同样难以应用于高阶情形. 文献[10]利用 Guardian 映射方法, 提出两种分析方法, 需要估计一个 Guardian 映射多项式来计算稳定上界. 文献[11]和文献[12]均采用状态空间方法,将摄动参数作为结构不确定性来处理. 并利用临界稳定判据计算摄动参数稳定上界的确切值. 文献[13]进一步研究了多摄动参数的情形.

2.3 时滞系统(Delayed systems)

对于时滞系统, 文献[14]研究了单时滞情形, 在估计稳定上界方面,提出了与时滞无关的充分条件, 但只限于时滞存在于慢状态方程的情形. 文献[15]采用 Laplace 变换, 利用 H_∞指标, 得出了存在多重时滞时的稳定上界. 结果适用于时滞同时出现在快、慢状态方程中的情形, 而且依赖于时滞的.

3 二次型最优控制(Quadratic optimal control)

奇异摄动系统的二次型最优控制早在 20 世纪 70 年代起就引起了人们的关注[16,17]. 对奇异摄动系统, 用传统的最优控制理论,会涉及含小参数的 Riccati 方程求解问题, 由于小参数的存在会引发病态问题,故一般将原系统分解为快慢子系统,对快慢子系统分别设计二次型最优控制(这样需要解两个 Riccati 方程),再将其组合成复合控制. 因此, 这样设计出的控制器实际上只是次优的.

文献[17]提出著名的"两步法", 设计出独立于摄动参数的次优调节器,但由于未能实现严格分解, 受快子问题的影响,在求解慢问题时可能导致无解. 文献[16]利用著名的 Chang 变换[18]对其做了严格的快慢分解, 可以获得 $O(\varepsilon^2)$ 的近似性能, 文献[19]介绍了适用于有限时间调节的"两步法",给出了时变的调节器. 文献[20]在"两步法"的基础上, 提出了若干修正算法,包括忽略快动力学的降阶控制和对最优控制的零阶近似、一阶近似等.

另一种分解方法是直接对 Riccati 方程进行分解, 文献[21]从 Hamilton 矩阵块对角化的角度对奇异摄动 Riccati 方程的分解作了研究,从数学意义上将其严格地分解为两个低阶的不对称 Riccati 方程, 由于方程的 $O(\varepsilon)$ 近似是对称的, 并且实际上就是对应于快、慢子系统的 Riccati 方程. 故可以通过对近似方程求解作为初始解, 再用 Newton 迭代逼近原方程的解. 这一理论对于奇异摄动系统的二次型最优控制问题有着十分重要的意义. 文献[22]将其推广到一类特殊的非标准情形. 考虑到当 ε 不是充分小时用 Newton 迭代等方法收敛性较差,文献[23]开发出了"特征向量法".

近年来, 有学者尝试使用 LMIs 来替代 Riccati 方程求解最优控制问题, 文献[24]将这一思想应用到了奇异摄动系统. 使用 LMIs 的优点在于可以方便地考虑对控制系统结构的约束问题,例如分散控制、输出反馈等. 最近, 文献[25]提出了一种迭代 LMI 方法, 由于直观、简便,该方法在将来很可能有较大发展. 文献[26]采用 Tikhonov 定理设计二次型最优调节器, 不用求解 Riccati 方程, 所得结果可以直接应用于时变情形. 由于求解过程中没有对控制作用的形式作出假设, 故适用于控制量受约束的情形.

一般说来,采用快慢分解的方法比较难以处理非标准情形, 于是, 许多学者转而借助广义系统来研究奇异摄动系统, 从而可以统一地处理标准和非标准的情形. 文献[27]证明了,对充分小摄动参数, 与广义系统的最优控制器是对应奇异摄动系统的次优控制器,其性能指标与最优指标之间只相差 $O(\varepsilon)$ 数量级. 文献[28]进一步证明了该性能指标的近似能力可以达到 $O(\varepsilon^2)$. 此结论已被推广到非标准、多参数多时标的奇异摄动系统[29].

对于标准离散奇异摄动系统, 文献[30]研究了调节器问题,但直到最近才由文献[31]定义了非标准离散奇异摄动系统的形式,并初步研究了它的二次型调节问题.

4 H_∞控制(H_∞ control)

4.1 频域方法(Frequency methods)

频域方法的主要焦点是模型匹配问题, 许多反馈问题, 如跟踪、鲁棒稳定和干扰抑制等问题均可转化为模型匹配问题,即使闭环系统的频率响应匹配——已给定的模型频率响应,并极小化频率峰值误差的 H_∞范数. 这方面最早开展工作的是文献[32, 33], 文献[34]解决了两频标(two_frequency_scale, TFS)系统的 Nevanlinna_Pick 插值问题, 从而提供了另一种解决 H_∞的方法. 文献[35]提出的 H_∞方法可适用于非最小相位系统. 利用频域方法, 可以得到一些直观、且较时域方法可以得到一些较宽松的结论. 但主要问题是难以推广到非线性情形.

4.2　时域方法(Time_domain methods)

文献[36]较早研究了线性奇异摄动系统的 H_∞ 控制问题, 该文指出, 一个线性奇异摄动系统的 H_∞ 控制问题可以分解为两个降阶子系统的 H_∞ 问题, 其中一个子系统就是快子系统, 另一个虽然不是慢子系统, 但与慢子系统同阶. 文献[37]采用严格分解方法提出一种较高精度的控制器, 通过它来实现次优 H_∞ 控制, 并证明了如果控制器精度达到 $O(\varepsilon^k)$, 则干扰抑制水平可达到 $\gamma + O(\varepsilon^k)$. 文献[38]用 Recursive 方法求解广义代数 Riccati 方程, 得到了形式上更为简单的高精度控制器, 且该方法可适用于非标准的情形.

文献[39]直接从广义系统角度出发, 通过分解 Riccati 方程, 得出了 H_∞ 次优控制器存在的条件, 该条件与摄动参数无关, 并指出输出反馈控制器本身也具有奇异摄动形式. 其快、慢部分分别是原快、慢子系统的 H_∞ 次优控制器. 由于采用了广义系统方法, 结论可以应用于非标准情形.

4.3　微分对策方法(Differential game_based methods)

由于 H_∞ 控制问题与一类线性二次微分对策问题有着非常密切的联系, 这为研究者提供了新的思路. 零和微分对策具有数学上的直观与简洁性, 并且可以很容易解决由干扰、控制和状态在慢子系统性能指标中构成的交叉项问题, 这在早期的方法中由于处理上的困难, 一般是忽略的. 文献[40]首先提出用微分对策来研究奇异摄动系统的 H_∞ 控制问题, 文献[41]研究了对策 Riccati 方程的渐近展开性质, 并指出它们可以被用于奇异摄动系统的 H_∞ 控制.

文献[42, 43]利用微分对策方法系统地研究了标准奇异摄动系统 H_∞ 最优控制问题, 并指出利用微分对策, 可以很方便地统一考虑不同信息模式、有限/无限时域问题. 在此基础上, 文献[44]利用广义系统方法将其推广到非标准情形.

文献[45]利用广义 Popov-Yakubovich 理论和渐近展开较为深入地研究了奇异摄动系统的传递函数矩阵的 H_∞ 范数对于摄动参数的依赖性. 文献[46]进一步讨论了参数不确定时的鲁棒控制, 与常规方法不同的是, 这里没有采用标准的降阶技术, 而主要利用有界实性质来保证稳定反馈控制器的存在性, 所需要的条件得到进一步放宽.

文献[47]在对策论框架下, 利用 Delta 算子, 提出了可统一处理连续与离散情形的控制器设计方法.

5　非线性奇异摄动系统(Nonlinear singularly perturbed systems)

一般形式的非线性奇异摄动系统状态方程表现为

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u, \varepsilon, t), & x(0) = x_0, \\ \varepsilon\dot{z} = g(x, u, \varepsilon, t), & z(0) = z_0. \end{cases} \tag{3}$$

其中摄动参数 $\varepsilon \ll 1$.

5.1　稳定性与镇定控制(Stability and stabilization)

非线性奇异摄动系统的稳定性分析主要是基于 Lyapunov 函数的方法, 文献[48]较早研究了复合 Lyapunov 函数的存在性, 其主要思想是将原系统分解为两个低阶系统, 即降阶系统和边界层系统. 假设他们分别是渐近稳定的, 则可以分别建立对应的 Lyapunov 函数. 通过将这两个 Lyapunov 函数加权和作为原系统的 Lyapunov 函数(复合 Lyapunov 函数), 就可以得到对于充分小的摄动参数, 原系统保持渐近稳定需要满足的条件. 这些条件会因为选用不同的假设(主要是光滑性假设)、不同的 Lyapunov 函数而不同.

在非线性奇异摄动稳定性分析方面, 文献[49]的工作有较大影响. 该文仍然是采用复合 Lyapunov 函数方法, 但选取的是二次型 Lyapunov 函数, 所得结果适用于一般非线性系统. 并进一步给出估计摄动参数上界的定量表达式以及指数稳定情形. 文献[50]将其进一步推广到了多摄动参数情形. 文献[51]利用圆判据研究了奇异摄动 Lur'e 问题, 并推广到多摄动参数情形.

5.2　优化控制(Optimal control)

非线性奇异摄动系统的最优控制问题将导致求解高维的两时标 Hamilton-Jacobi 偏微分方程. 为了避免这一困难, 一般也使用复合控制器的方法, 这种与小参数无关的控制器是基于降阶的慢、快子问题设计的. 也有用级数展开方法来求取 Hamilton-Jacobi 偏微分方程的近似解, 然而此近似解的最优性却没有得到充分的研究. 文献[52]利用广义系统的方法研究了非线性系统的问题, 但对性能指标的优化只是局部的.

文献[53]研究了非线性离散奇异摄动系统的二次型调节问题. 目前这方面的工作还相当初步.

针对非线性奇异摄动系统 H_∞ 控制的研究目前尚不多见, 文献[54]讨论了一类非线性奇异摄动系统的 H_∞ 控制, 这里对系统的限制是状态方程中仅对慢变量是非线性的.

5.3　几何方法(Geometry methods)

自 20 世纪 80 年代中期之后, 以积分流形为主要工具的几何方法在非线性奇异摄动系统的控制设计中异军突起[55], 形成一个重要的研究方向. 积分流形的基本特点在于: 只要快子系统的状态进入该流形, 则它的动力学将完全由该积分流形来描述, 如果此积分流形是稳定的, 则快子系统就是稳定的. 尽管如此, 积分流形的求解却是比较困难的, 一般通过渐近展开的方法来逐步求解, 理论上可以获得任意高的精度, 然而过高的精度要求会使得推导极为繁琐. 文献[56]研究了直接和间接反馈线性化问题. 文献[57, 58]进一步引入"设计流形"的概念, 设计慢控制器使"设计流形"成为真正的"慢流形", 这里实际上是将"设计流形"作为设计参数, 并不指定其具体形式, 再设计出快控制将快子系统状态引入慢流形, 慢快控制经组合后形成的控制可以满足要求的全局稳定性能. 积分流形的研究大量集中于所谓"快执行器驱动型"系统, 即控制量仅出现在快系统中. 这类模型在电机驱动系统、柔性关节机器人中较多见. 文献[59]将其推广到了较为一般的情形. 此外, 文献[60]讨论了不确定时滞系统的鲁棒控制, 而自适应的方法可见文献[61]. 总的说来, 当前的方法对系统结构的假设还比较多, 而且大多限于仿射非线性情形.

奇异摄动的理论成果非常丰富, 除以上介绍的领域外, 在采样系统方面, 文献[62]采用严格分解方法研究了采样情

形的便宜控制. 在变结构控制方面, 文献[63]针对分解的降阶模型分别设计了连续状态反馈滑模器控制器, 再综合成复合控制器. 文献[64]提出了一种滑模分层双环控制结构, 内环用于抑制系统的快动力学, 而外环则用于控制降阶的慢子系统动力学. 对于双线性系统, 文献[65]利用常规分解方法研究了最优控制问题, 文献[66]则利用连续近似方法推导出近似最优控制律.

6 应用(Applications)

6.1 复杂系统分析(Analysis for complex systems)

对于动态大系统, 模型简化是一个非常重要的问题, 因为各种物理系统中都或多或少存在一些小参数, 它们的动态影响表现为"摄动". 因此, 摄动方法成为大系统模型简化的重要工具之一.

文献[67]研究了分层模糊控制结构中存在的非线性奇异摄动现象. 它将系统变量分为三种时间尺度, 阀和伺服机构是最快的子系统, 局部控制系统次之, 而最慢的时间尺度则用以表亦整个系统的动力学行为. 使用奇异摄动技术, 使得分析这类大规模分层递阶的模糊控制系统较为方便. 而文献[68]将一类竞争神经网络的行为分为短期记忆和长期记忆, 从而也可用奇异摄动方法来分析网络平衡点的稳定性.

6.2 刚性机器人(Rigid robots)

当考虑执行机构动力学时, 即使对于刚性机器人, 其中的快变量也不可忽略. 文献[69]采用奇异摄动理论研究了这类对象. 这里, 表现出快动力学的物理量是马达中的电枢电流. 而文献[70]则针对末端执行器与刚性环境接触的受限机械臂, 建立了其奇异摄动模型. 文献[71]进一步利用奇异摄动滑动流形提出了受限机器人的一般性建模方法.

在宏-微机器人中, 微机器人的物理参数一般比宏机器人小, 文献[72]充分利用宏-微机器人包含"快-慢"系统的特性, 采用奇异摄动方法建立了时标分离的标准模型, 并基于此模型设计了鲁棒宏-微控制器. 并针对四关节的宏-微机器臂作了验证.

对于轮式移动机器人, 非完整约束是其重要的特点, 文献[73]用奇异摄动技术分析了非完整约束的轮式机器人施加动力学控制时的全局闭环稳定性. 非完整约束通常是由于实际移动过程的无滑动假设而引出的, 但对于实际的移动机器人, 理想的无滑动假设是难以满足的, 因而近年来针对非理想的非完整运动学约束(通常也可归于运动学干扰的范畴)的控制问题得到了关注, 奇异摄动技术作为处理这类问题的有利工具, 也得到了深入研究[74].

6.3 柔性机器人(Flexible robots)

文献[75]研究了单连杆柔性臂的奇异摄动建模, 摄动参数取为最小刚度系数的平方根. 建立了快慢两个降阶子系统, 其中慢子系统与等效的刚性臂同阶, 而快子系统是以慢状态变量参数化的线性系统. 依据复合控制的思想, 首先基于慢子系统设计一个非线性反馈控制项, 再设计快控制项用以稳定快动力学即可. 文献[76]针对多连杆情形的奇异摄动模型, 研究了输出反馈方法.

理论研究表明, 刚性机械臂的数学模型可以反馈线性化, 而对柔性臂的动力学, 反馈线性化将引起零动力学不稳定. 文献[77]利用奇异摄动的思想, 采用边界层校正来稳定零动力学, 从而解决了这一问题.

6.4 航天工程(Aeronautic engineering)

在航空航天技术领域, 由于涉及的对象与机器人类似, 而各国在这一领域的研究通常都具有较强的军方背景, 对精度、可靠性的要求都非常严格, 所以许多在民用机器人领域中忽略的问题在这里都必须充分考虑. 这一方面奇异摄动应用成果非常丰富. 文献[78]针对常规反馈线性化方法用于导弹加速度控制中会引发零动力学不稳定(即非最小相位特性)的问题, 提出了基于奇异摄动的稳定反馈控制方案, 并放宽了对攻击角度的限制, 而且也无需关于导弹速度、空气密度等因素"慢变"的假设. 显示出奇异摄动技术的强大作用. 文献[79]在针对F-15飞机设计飞行轨迹指令综合跟踪器时, 将整个控制系统分解为空间位置、速度、姿态和角速度控制回路, 由于各回路之间时间常数相差很大, 可以利用奇异摄动方法结合动态逆技术实现回路之间的解耦, 在保证的精度的同时简化了设计过程. 文献[47]研究了F-8飞机的径向动力学H_∞控制.

6.5 其他方面(Miscellaneous)

在过程控制领域, 文献[80]以温度压力作为状态变量, 将整个蒸汽锅炉系统分解为两个关联子系统: 蒸汽产生系统和蒸汽加热系统. 并通过建立蒸汽锅炉的奇异摄动模型近似消除二者的耦合, 从而降低系统的维数. 文献[81]将奇异摄动技术引入温室气温控制中, 除了考虑作为慢时标的作物的生长过程外, 能够进一步考虑以往被忽略的温室的动力学过程的影响, 在此基础上设计的最优控制律显示出较好的效果.

在制造业领域, 递阶结构应用非常广泛, 一般说来, 机器级具有较快的时标, 而工厂级的响应较慢. 许多学者已经利用奇异摄动技术来分析制造过程的动力学特点, 如文献[82]考虑了产量计划问题, 提出的最优控制律可以抑制施加在资源容量和需求的随机干扰.

在电力系统领域, 常用的交流调速系统中都存在双时标特性, 例如, 在锁相调速系统中, 机械变量的时间常数较之电磁变量慢很多. 文献[83]利用奇异摄动技术提出一种新的鉴相器模型, 并导出了稳定条件和捕捉带.

7 结论与展望(Conclusions)

随着大规模、复杂智能系统的深入研究, 奇异摄动技术将发挥越来越大的作用. 而针对某些具体的特定物理对象, 如柔性机器人等, 如何开发出更加适合系统特点的方法仍是值得探讨的方向. 作者认为, 以下几个方面将是未来研究的重点:

1) 随着对大规模系统的深入研究, 多摄动参数奇异摄动系统的理论研究应引起关注. 而现有的许多理论其仿真结果都仍限于低维情形.

2) 非线性奇异摄动系统的研究成果还相当有限, 在这

方面, 积分流形由于在降阶过程中保留了快变量的影响, 可以获得精确的慢动力学, 从而显示出较大的优越性, 然而如何使系统从任意初始状态进入积分流形的问题仍然没有完全解决.

3) 广义系统方法因为能综合处理标准和非标准奇异摄动系统, 因而将是一种非常有潜力的方法. 但目前对于离散广义系统与离散奇异摄动系统的联系还几乎没有相关研究.

4) 由于现代工业中使用的控制器一般都是数字式的, 因此有必要加强离散奇异摄动系统和采用奇异摄动系统方面的研究. 一方面可以借鉴目前连续情形积累的成果和方法;另一方面, 开发更加适合离散和采样情形的方法也很重要.

参考文献(References):

[1] KLIMUSHEV A I, KRASOVSKII N K. Uncertain asymptotic stability of systems of differential equations with a small parameter in the derivative terms [J]. *J of Applied Mathematics and Mechanics*, 1962, 25(9): 1011-1025.

[2] SANDELL N R. Robust stability of systems with application to singular perturbations [J]. *Automatica*, 1979, 15(4): 467-470.

[3] CHEN B, LIN C. On the stability bounds of singularly perturbed systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1990, 35(11): 1265-1270.

[4] FENG W. Characterization and computation for the bound ε^* in linear time_invariant singularly perturbed systems [J]. *Systems & Control Letters*, 1988, 11(2): 195-202.

[5] SEN S, DATTA K B. Stability bounds of singularity perturbed systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1993, 38(2): 302-304.

[6] CHEN S J, LIN J L. Maximal stability bounds of singularly perturbed systems [J]. *J of Franklin Institute*, 1999, 336(8): 1209-1218.

[7] LIN C L, CHEN B S. On the design of stabilizing controllers for singularly perturbed systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1992, 37(11): 1828-1834.

[8] CHIOU J C, KUNG F C, LI T H S. An infinite ε bound stabilization design for a class of singularly perturbed systems [J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications*, 1999, 46(12): 1507-1510.

[9] LI T H S, LI J H. Stabilization bound of discrete two_time_scale systems [J]. *Systems & Control Letters*, 1992, 18(6): 479-489.

[10] KAFRI W S, ABED E H. Stability analysis of discrete_time singularly perturbed systems [J]. *IEEE Trans on Circuits Systems-I: Fundamental Theory and Applications*, 1996, 43(10): 848-850.

[11] LI T H S, CHIOU J S, KUNG F C. Stability bounds of singularly perturbed discrete systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1999, 44(10): 1934-1938.

[12] GHOSH R, SEN S, DATTA K B. Method for evaluating stability bounds for discrete time singularly perturbed systems [J]. *IEE Proc-Control Theory and Applications*, 1999, 46(2): 227-233.

[13] HSIAO F H, PAN S T, TENG C C. D_stability bound analysis for discrete multiparameter singularly perturbed systems [J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications*, 1997, 44(4): 347-351.

[14] SHAO Z, ROWLAND J R. Stability of time_delay singularly perturbed systems [J]. *IEE Proc-Control Theory and Applications*, 1995, 142(2): 111-113.

[15] PAN S T, HSIAO F H, TENG C C. Stability bound of multiple time delay singularly perturbed systems [J]. *IEE Electronics Letters*, 1996, 32(14): 1327-1328.

[16] CHOW J H, KOKOTOVIC P V. A decomposition of near optimum regulators for systems with slow and fast modes [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1976, 21(6): 701-705.

[17] KOKOTOVIC P V, YACEL R A. Singular perturbation of linear regulators: basic theorems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1972, 17(1): 29-37.

[18] CHANG K. Singular perturbations of a general boundary value problem [J]. *SIAM J on Mathematics Analysis*, 1972, 3(4): 520-526.

[19] XU Kekang. *Singular Perturbation in Control Systems* [M]. Beijing: Science Press, 1986 (in Chinese).

[20] DERBEL N. Suboptimal control of linear singularly perturbed systems [A]. *Proc of the 4th IEEE Conf on Control Applications* [C]. New York: IEEE Press, 1995, 1035-1040.

[21] SU W C, GAJIC Z, SHEN X M. The exact slow_fast decomposition of the algebraic Riccati equation of singularly perturbed systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1992, 37(9): 1456-1459.

[22] KECMAN V, GAJIC Z. Optimal control and filtering for nonstandard singularly perturbed linear systems [J]. *J of Guidance, Control, and Dynamics*, 1999, 22(2): 362-365.

[23] KECMAN V, BINGULAC S, GAJIC Z. Eigenvector approach for order reduction of singularly perturbed linear_quadratic optimal control problems [J]. *Automatica*, 1999, 35(1): 151-158.

[24] GARCIA G, DAAFOUZ J, BERNUSSOU J. A LMI solution in the H_2 optimal problem for singularly perturbed systems [A]. *Proc of American Control Conference*, [C]. New York: IEEE Press, 1998, 550-554.

[25] LI Y, WANG J L, YANG G H. Sub_optimal linear quadratic control for singularly perturbed systems [A]. *Proc of IEEE Conference on Decision and Control* [C]. New York: IEEE Press, 2001, 3698-3703.

[26] TUAN H D, HOSOE S. A new method for regulator problems for singularly perturbed systems with constrained control [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1997, 42(2): 260-264.

[27] WANG Y Y, SHI S J, ZHANG Z J. A descriptor system approach singular perturbation of linear regulators [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1988, 33(4): 370-373.

[28] XU H, MUKAIDANI H, MIZUKAMI K. New method for composite optimal control of singularly perturbed systems [J]. *Int J of System Sciences*, 1997, 28(2): 161-172.

[29] WANG Y Y, FRANK P M, WU N E. Near_optimal control of nonstandard singularly perturbed systems [J]. *Automatica*, 1994, 30(2): 277-292.

[30] LITKOUHI B, KHALIL H. Infinite_time regulators for singularly perturbed difference equations [J]. *Int J Control*, 1984, 39(2): 587

– 598.

[31] LIM M T, KIM B S. Optimal control of linear nonstandard singularly perturbed discrete systems [A]. *Proc of IEEE Conference on Decision and Control* [C]. New York: IEEE Press, 2000, 2329 – 2334.

[32] OLOOMI H M, SAWAN M E. Suboptimal model_matching problem for two frequency scale transfer functions [A]. *Proc of American Control Conference* [C]. New York: IEEE Press, 1989, 2190– 2191

[33] LUSE D W, BALL J A. Frequency_scale decomposition of H_∞ disk problems [J]. *SIAM J Control Optimal*, 1989, 27(4): 814– 835.

[34] OLOOMI H M. Nevanlinma_Pick interpolation for two frequency scale systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1995, 40(1): 169– 173.

[35] OLOOMI H M, SAWAN M E. H_∞ model matching problem for singularly perturbed systems [J]. *Automatica*, 1996, 32(3): 369 – 377.

[36] SHAHRUZ S M. Design of H_∞ optimal compensators for singularly perturbed systems [A]. *Proc of IEEE Conference on Decision and Control* [C]. New York: IEEE Press, 1989, 2397– 2398.

[37] FRIDMAN E. Near_optimal H_∞ control of linear singularly perturbed systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1996, 41(2): 236– 240.

[38] MUKAIDANI H, XU H, MIZUKAMI K. Recursive approach of H_∞ control problems for singularly perturbed systems under perfect and imperfect state measurements [J]. *Int J System Sciences*, 1999, 30(5): 467– 477.

[39] TAN W, LEUNG T, TU Q. H_∞ control for singularly perturbed systems [J]. *Automatica*, 1998, 34(2): 255– 260.

[40] TONG V V, MAHMOUD E S. H_∞ control for singularly perturbed systems via game theory [A]. *Proc of Asilomar Conf on Signals, Systems and Computers* [C]. [s. l.]: [s. n.], 1992, 415– 419.

[41] DRAGAN V. Asymptotic expansions for game_theoretic Riccati equations and stabilization with disturbance attenuation for singularly perturbed systems [J]. *Systems & Control Letters*, 1993, 126(6): 455 – 463.

[42] PAN Z, BASAR T. H_∞ optimal control for singularly perturbed systems– Part I: perfect state measurements [J]. *Automatica*, 1993, 29 (2): 401– 423.

[43] PAN Z, BASAR T. H_∞ optimal control for singularly perturbed systems– Part II: Imperfect state measurements [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(2): 280– 299.

[44] XU H, MIZUKAMI K. Nonstandard extension of H_∞ optimal control for singularly perturbed systems [A]. *Proc of the 7th Int Symp on Dynamic Games and Applications* [C]. Cambridge, Boston: Birkhauser, 1996, 931– 948.

[45] DRAGAN V. H_∞ norms and distubance attenuation for systems with fast transient [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1996, 41(5): 747– 750.

[46] SHI P, DRAGAN V. Asymptotic H_∞ control of singularly perturbed systems with parametric uncertainties [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1999, 44(9): 1738– 1742.

[47] SINGH H, NAIDU D S, NAGURKA M L. Unified H_∞ approach for a singularly perturbed aircraft model [A]. *Proc of American Control Conference* [C]. New York: IEEE Press, 2000, 1847– 1851.

[48] GRUJIC L T. Uniform asymptotic stability of nonlinear singularly perturbed and large scale systems [J]. *Int J Control*, 1981, 33(3): 481– 504.

[49] SABERI A, KHALIL H. Quadratic_type Lyapunov functions for singularly perturbed systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1984, 29(6): 542– 550.

[50] KHALIL H K. Stability analysis of nonlinear multiparameter singularly perturbed systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1987, 32(3): 260– 263.

[51] TUAN H D, HOSOE S. Multivariable circle criteria for multiparameter singularly perturbed systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2000, 45(4): 720– 725.

[52] FRIDMAN E. A descriptor system approach to nonlinear singularly perturbed optimal control problem [J]. *Automatica*, 2001, 37(4): 543– 549.

[53] DJENNOUNE S, MOUDNI A E, ZERHOUNI N. Digital control design of an optimal regulator of a class of nonlinear singularly perturbed systems [A]. *Proc of IEEE Conference on Decision and Control* [C]. New York: IEEE Press, 1997, 1755– 1760.

[54] PAN Z, BASAR T. Time_scale separation and robust controller design for uncertain nonlinear singularly perturbed systems under perfect state measurements [J]. *Int J Robust and Nonlinear Control*, 1996, 6 (7): 585– 608.

[55] SOBOLEV V A. Integral manifolds and decomposition of singularly perturbed systems [J]. *Systems & Control Letters*, 1984, 5(3): 169– 179.

[56] KHORASANI K. On linearization of nonlinear singularly perturbed systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1987, 32(3): 256– 259.

[57] CHEN C C, HSIEH J G, SU J P. Global stabilization of non_linear singularly perturbed systems with fast actuators: exact design manifold approach [J]. *Int J Control*, 1994, 25(4): 753– 762.

[58] SHARKEY P M, O'REILLY J. Exact design manifold control of a class of nonlinear singularly perturbed systems [J]. *IEEE Trans on Automcatic Control*, 1987, 32(10): 933– 935.

[59] MOALLEM M, KHORASANI K, PATEL R V. An integral manifold approach for tip_position tracking of flexible multi_link manipulators [J]. *IEEE Trans on Robotics and Automation*, 1997, 13(6): 823– 837.

[60] SUN Y J, CHENG J S, HSIEH J G. Feedback control of a class of nonlinear singularly perturbed systems with time delay [J]. *Int J of Systems Science*, 1996, 27(6): 589– 596.

[61] AL_ASHOOR R A, KHORASANI K. A decentralized indirect adaptive control for a class of two_time_scale nonlinear systems with application to flexible_joint manipulators [J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 1999, 46(5): 1019– 1029.

[62] POPESCU D C, GAJIC Z. Singular perturbation analysis of cheap control problem for sampled data systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1999, 44(11): 2209– 2214.

[63] GALLEGOS J A, NAVARRO G S. Two_time scale sliding mode

control for a class of nonlinear system [J]. *Int J of Robust and Nonlinear Control*, 1997, 7(9): 865- 879.

[64] INNOCENTI M, POLLINI L, FRANCESCHI L, et al. Hierarchical variable structure control for singularly perturbed systems [A]. *Proc of American Control Conference* [C]. New York: IEEE Press, 2000, 626- 630.

[65] AGANOVIC Z, GAJIC Z. *Linear Optimal Control Bilinear Systems_with Applications to Singularly Perturbation and Weak Coupling* [M]. London: Springer_Verlag, 1995.

[66] KIM B S, LIM M T. Near_optimal control for the singularly perturbed bilinear systems using successive approximation method [A]. *Proc of American Control Conference* [C]. New York: IEEE Press, 2001, 854- 855.

[67] LANGARI R, LI W. Analysis and efficient implementation of fuzzy logic control algorithms [A]. *Proc of 1996 NAFIPS Biennial Conf of the North American* [C]. [s. l.]: [s. n.], 1996, 1- 4.

[68] MEYER A. Singular perturbation analysis of competitive neural networks with different time scales [J]. *Neural Computation*, 1996, 8 (8): 1731- 1742.

[69] CHATURVDI P, RASTGOUFARD P, NALLAN H C. Piece_wise stability analysis of nonlinear robot arm via singular perturbations [A]. *Proc of the 26th IEEE Southeastern Symp on System Theory* [C]. New York: IEEE Press, 1994, 59- 63.

[70] MCCLAMROCH N H. A singular perturbation approach to modeling and control of manipulators constrained by a stiff environment [A]. *Proc of IEEE Conference on Decision and Control* [C]. New York: IEEE Press, 1989, 2407- 2411.

[71] ASADA H H, GU B, GORDON B W. A unified approach to modeling and realization of constraint robot motion using singularly perturbed sliding manifolds [A]. *Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation* [C]. New York: IEEE Press, 2000, 736- 743.

[72] CHEN Qijun, WANG Yuejuan, CHEN Huitang. On control strategy of macro_micro manipulator systems by using singular perturbation technique [J]. *J of Tongji University*, 2001, 29(7): 805- 890 (in Chinese).

[73] PAPPAS G J, KYRIAKOPOULOS K J. Dynamic modelling and tracking control of nonholonomic wheeled vehicles [A]. *Proc of 12th Triennial World Congress of the IFAC* [C]. [s. l.]: [s. n.], 1994, 3: 61- 64.

[74] MOTTE I, CAMPION G. A slow manifold approach for the control of mobile robots: not satisfying the kinematic constraints [J]. *IEEE Trans on Robotics and Automation*, 2000, 16(6): 875- 880.

[75] SICILIANO B, BOOK W J. A singnular perturbation approach to control of lightweight flexible manipulators [J]. *Int J of Robotics Research*, 1988, 17(4): 79- 90.

[76] SICILIANO B, PRASAD J V R, CALISE A J. Output feedback two_time scale control of multilink flexible arms [J]. *Trans of the ASME J of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1992, 114 (1): 70- 77.

[77] VANDEGRIFT M W, LEWIS F L, ZHU S Q. Flexible_link robot arm control by a feedback linearization/singular perturbation approach [J]. *J of Robotic Systems*, 1994, 11(7): 591- 603.

[78] LEE J I, HA I J. Autopilot design for highly maneuvering STT missiles via singular perturbation_like technique [J]. *IEEE Trans on Control Systems Technology*, 1999, 7(5): 527- 541.

[79] QIU Xiaohong, GAO Jinyuan, ZHANG Linchang. Design of flight trajectory command integrated tracker [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinaca*, 1997, 18(4): 407- 411 (in Chinese).

[80] HWANG J H. Drum boiler reduced model: a singular perturbation method [A]. *Proc of Int Conf on Industrial Electronics, Control and Instrumentation* [C]. [s. l.]: [s. n.], 1994, 3: 1960- 1964.

[81] TAP R F, WILLIGENBURG L G, STRATEN G, et al. Optimal control of greenhouse climate: computation of the influence of fast and slow dynamics [A]. *Proc of 12th Triennial World Congress of the IFAC* [C]. [s. l.]: [s. n.], 1994, 4: 1147- 1150.

[82] SONER H M. Singular perturbations in manufacturing [J]. *SIAM J Control and Optimization*, 1993, 31(1): 132- 146.

[83] YANG J M, WU J, WU L. Nonlinear characteristics of the phase_locked loop AC motor speed regulation system [J]. *J of South China University of Technology*, 2000, 8(9): 32- 39 (in Chinese).

作者简介:

刘华平 (1976 —), 男, 2000 年 3 月毕业于同济大学电气工程系, 获工学硕士学位, 现在清华大学计算机科学与技术系攻读博士学位. 主要研究方向为: 智能机器人系统, 神经模糊学习. Email: lhp@s1000e.cs.tsinghua.edu.cn;

孙富春 (1964 —), 男, 1997 年 9 月毕业于清华大学计算机科学与技术系, 获工学博士学位, 其后至 2000 年 3 月在清华大学从事博士后研究工作, 现在是清华大学计算机科学与技术系副教授. 其学位论文入选 2000 年“全国优秀博士论文”. 当前主要研究领域为: 空间柔性机器人, 通讯网络管理与控制, 量子神经网络和计算智能技术等. Email: sfc@s1000e.cs.tsinghua.edu.cn;

何克忠 (1937 —), 男, 1962 年毕业于清华大学自动控制系, 现为清华大学计算机科学与技术系教授. 当前主要研究领域为: 地面移动机器人, 视觉临场感技术, 无线通讯技术和计算机控制技术. Email: hkz_dcs@mail.tsinghua.edu.cn;

孙增圻 (1943 —), 男, 1966 年毕业于清华大学自动控制系, 1981 年获瑞典 Chalmers University of Technology 获博士学位, 现为清华大学计算机科学与技术系教授. 当前研究领域为: 月球探测机器人, 足球机器人, 空间遥操作系统和模糊神经网络理论. Email: szq_dcs@mail.tsinghua.edu.cn