

## 空间柔性双臂机器人系统建模、控制与仿真研究

苏文敬, 吴立成, 孙富春, 孙增圻

(清华大学计算机科学与技术系, 智能技术与系统国家重点实验室, 北京 100084;  
中国科学院沈阳自动化研究所机器人学重点实验室, 沈阳 110015)

**摘要:** 空间柔性多臂机器人系统是高度非线性、强耦合的动力学系统, 其动力学研究是比较复杂和困难的问题。本文针对极为复杂的空间柔性双臂机器人系统, 建立了其系统动力学模型, 利用逆动力学控制算法对该动力学模型实现了轨迹跟踪控制, 仿真结果表明该方法具有较好的控制效果, 分析了在仿真过程中出现的有关数值算法的问题。

**关键词:** 空间柔性双臂机器人; 动力学建模; 逆动力学控制; 数值仿真

文章编号: 1004-731X (2003) 08-1098-03

中图分类号: TP24

文献标识码: A

## Dynamics Modeling, Control and Simulation for Flexible Dual-Arm Space Robot

SU Wen-jing, WU Li-cheng, SUN Fu-chun, SUN Zeng-qi

(State Key Laboratory of Intelligent Technology and Systems, Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China;  
Robotics Lab, Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Science, Shenyang 110015, China)

**Abstract:** As a highly nonlinear and coupled dynamic system, Flexible Multi-Arm Space Robot (FMASR) is very difficult to model and control. In this paper, the dynamics of one type of FMASR is derived, and the trajectory tracking can be performed via a stable inversion dynamic control approach. Furthermore, some numerical computation problems are investigated to avoid the stiff problem. Finally, some simulation results are given.

**Keywords:** Flexible Dual-Arm Space Robot; dynamic modeling; inversion dynamic control; simulation

## 引言

空间机器人能代替人类在宇宙空间完成操作任务, 这方面一直是国内外广泛关注的热点, 并已取得了大量成果<sup>[1,2]</sup>, 例如日本于 1997 年发射的 ETS-VII 在太空已完成了目标卫星的追踪和捕捉等一系列实验<sup>[2]</sup>。但空间机器人一般具有质量轻、手臂长和负载大等特点, 必须考虑臂杆柔性的影响才能获得良好的控制精度和性能。目前已有许多文献研究了空间柔性单臂机器人的建模与控制等问题<sup>[3,4,5]</sup>, 而对空间柔性多臂机器人系统的研究尚不多见。

本文针对空间柔性双臂机器人系统, 基于连杆振型模态展开的思想, 采用拉格朗日方法建立了动力学模型, 并采用了非线性补偿结合 PD 反馈的逆动力学控制方法实现轨迹跟踪控制。由于空间柔性--机器人系统的动力学方程是典型的病态(stiff)方程(又称刚性方程), 在数值仿真时数值算法及其参数的选取对仿真系统的数值稳定性和精确性影响很大, 本文还就仿真过程中出现的有关数值算法问题作了讨论。

## 1 动力学建模

收稿日期: 2002-10-08

修回日期: 2002-12-15

基金项目: 国家自然科学基金(60084002, 60174018); 国家高技术研究发展计划(863-704-2-18); 全国优秀博士学位论文作者专项基金(200001), 中国博士后科学基金和中国科学院沈阳自动化研究所机器人学重点实验室基金(RL200001)。

作者简介: 苏文敬(1977-), 女, 北京人, 研究生, 研究方向为空间柔性机器人的控制, 仿真。

如图 1 所示空间柔性双臂机器人系统由圆柱形基座和两个对称的双杆机械臂构成, 分别简称为杆 1 (即基座), 杆 2, 杆 3 和杆 4, 杆 5, 其中杆 3 和杆 5 为柔性杆, 杆长分别为  $l_i$ ,  $i=1, 2, \dots, 5$ , 其中  $l_1$  取为基座的半径。令  $\hat{O}_i$  表示坐标系  $x_i, y_i, i=1, 2, \dots, 5$ , 则  $\hat{O}_0$  为惯性坐标系,  $\hat{O}_i$  分别为固接于杆  $i$  的坐标系。各杆均有一个关节转角自由度  $J_i$ , 所受关节驱动力矩为  $N_i, i=1, 2, \dots, 5$ 。杆 1 还有两个平移自由度, 表示为  $O_1$  点的位置坐标  $x_1, y_1$ , 对应的驱动力分别为  $f_x$  和  $f_y$ 。各关节均只在  $X-Y$  平面内运动, 柔性连杆视为 Euler-Bernoulli 梁, 其弹性变形基于假设模态法描述为:

$$u_{ix} = \sum_{j=1}^n j_{ij}(x) q_{ij}(t) = f_i(x) Q_i(t) \cdot i=3,5$$

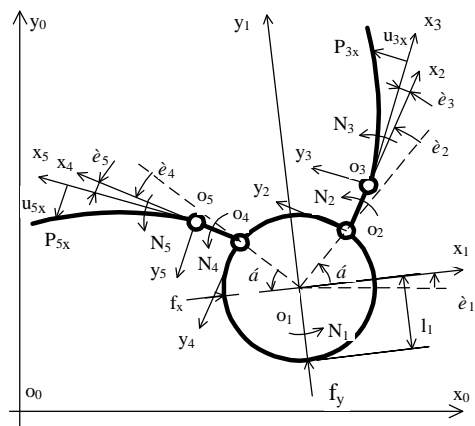


图 1 空间柔性双臂机器人系统坐标示意图

$$f_i(x) = (j_{i1} j_{i2}, \dots, j_{in})^T, Q_i(t) = (q_{i1}, q_{i2}, \dots, q_{in})^T$$

其中  $n$  为保留模态数,  $Q_i(t), f_i(x)$  分别为模态坐标向量和模态函数向量, 系统建模时基于悬臂梁模型, 采用相应的悬臂梁模态函数. 定义系统的广义坐标为:

$$p = (x_1, y_1, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, Q_3^T, Q_5^T)^T$$

求得系统总动能, 弹性势能和虚功, 代入拉格朗日方程可得系统动力学方程为:

$$M\ddot{p} + F + Kp = t$$

其中  $M$  为广义质量矩阵,  $F$  为非线性力向量,  $K$  为刚度矩阵,  $K = \text{diag}(0, K_3, K_5)^T$ ,

$$K_i = \int_0^{l_i} EI_i f_i''^T f_i'' dx, i=3,5.$$

$\hat{o}$  为广义驱动力矩, 定义驱动力向量为:

$\hat{o}_a = (f_x f_y, N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, O_{1 \times n}, O_{1 \times n})^T$ , 其中  $f_x, f_y$  分别为沿  $x_0, y_0$  方向的对基座的驱动力,  $N_i$  为对  $o_i$  轴的驱动力矩,  $i=1,2,3,4,5$ . 当末端自由时,  $\hat{o} = \hat{o}_a$ , 末端受力时,  $\hat{o} = \hat{o}_a - \hat{o}_p$ , 其中  $\hat{o}_p = J^T F_e$ , 定义为使末端对环境有作用力  $F_e$  时所需的关节力矩,  $J$  为系统 Jacobian 矩阵.

## 2 逆动力学控制算法

将广义坐标分块为:  $p = (p_a^T, p_p^T)^T$ , 其中刚性广义坐标  $p_a = (x_1, y_1, \dot{e}_1, \dot{e}_2, \dot{e}_3, \dot{e}_4, \dot{e}_5)^T$ , 柔性广义坐标  $p_p = (Q_3^T, Q_5^T)^T$ , 动力学方程的相应分块形式为:

$$\begin{bmatrix} M_{aa} & M_{ap} \\ M_{pa} & M_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{p}_a \\ \ddot{p}_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_a \\ F_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{aa} & K_{ap} \\ K_{pa} & K_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_a \\ p_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{o}_a \\ \hat{o}_p \end{bmatrix}$$

当末端自由时,  $\hat{o}_p = 0$ , 展开可得动力学方程的分解形式为:

$$M_{aa} \ddot{p}_a + M_{ap} \ddot{p}_p + F_a = t_a \quad (1)$$

$$M_{pp} \ddot{p}_p + F_p + K_p p_p = -M_{pa} \ddot{p}_a \quad (2)$$

由于  $M_{pp} = \text{diag} \left( \int_0^{l_3} r f_3^T f_3 dx, \int_0^{l_5} r f_5^T f_5 dx \right)$  可逆, 由(2)

式可得柔性振动加速度为:

$$\ddot{p}_p = -M_{pp}^{-1} (M_{pa} \ddot{p}_a + F_p + K_p p_p) \quad (3)$$

将(3)式代入(1)式有:

$$(M_{aa} - M_{ap} M_{pp}^{-1} M_{pa}) \ddot{p}_a + F_a - M_{ap} M_{pp}^{-1} (F_p + K_p p_p) = t_a \quad (4)$$

定义  $u_0$  为关节角度的加速度矢量, 即  $u_0 = \ddot{p}_a$ , 代入(4)式得:

$$t_a = (M_{aa} - M_{ap} M_{pp}^{-1} M_{pa}) u_0 + F_a - M_{ap} M_{pp}^{-1} (F_p + K_p p_p)$$

其中  $M_{aa} - M_{ap} M_{pp}^{-1} M_{pa}$  为系统的解耦矩阵, 等式后第一项为对系统的非线性补偿.

由此可将闭环系统(4)分解为如下线性方程组:

$$\ddot{p}_a = u_0 \quad (5)$$

$$\ddot{p}_p = -M_{pp}^{-1} (M_{pa} u_0 + F_p + K_p p_p) \quad (6)$$

为实现对关节角度期望轨迹的精确跟踪, 引入误差反馈, 定义关节角度的加速度矢量为:

$$u_0 = \ddot{p}_{ad} - K_D (\dot{p}_a - \dot{p}_{ad}) - K_P (p_a - p_{ad}) \quad (7)$$

式(5,6,7)是逆动力学非线性补偿结合 PD 反馈的逆动力

学控制方法, 控制结构如图 2 所示, 其中  $K_D > 0, K_P > 0$  为反馈矩阵, 确保刚性方程式(5,6)的解落在左半复平面上. 可以证明状态  $p_p = \dot{p}_p = 0$  是零动力学系统的渐进稳定平衡点, 因此整个闭环系统是稳定的<sup>[8]</sup>.

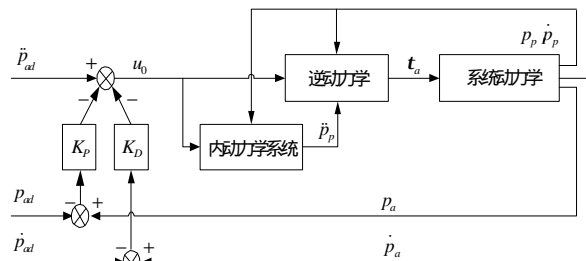


图2 控制结构

## 3 仿真结果

给定期望轨迹 1:

$$q_2 = q_3 = q_4 = q_5 = 0,$$

$$x_1 = 2y_1 = \begin{cases} t^2 & 0 \leq t < 2s \\ 4t - 4 & 2s \leq t < 3s \\ -t^2 + 10t - 13 & 3s \leq t \leq 5s \end{cases}$$

$$q_1 = \begin{cases} \frac{p}{48} t^2 & 0 \leq t < 2s \\ \frac{p}{12} t - \frac{p}{12} & 2s \leq t < 3s \\ -\frac{p}{48} t^2 + \frac{5p}{24} t - \frac{13p}{48} & 3s \leq t \leq 5s \end{cases}, 0 \leq t \leq 5s. \text{ 即手臂}$$

保持不动, 本体从(0,0)沿直线运动到(12,6), 且旋转 45 度.

给定期望轨迹 2:

$$x_1 = y_1 = q_1 = 0, \quad q_2 = -q_4 = -\frac{p}{12} \cos \frac{p}{5} + \frac{p}{12},$$

$$q_3 = -q_5 = \frac{p}{4} \cos \frac{p}{5} + \frac{p}{4}, \quad 0 \leq t \leq 30s$$

表 1 系统物理参数表

	杆 1	杆 2	杆 3	杆 4	杆 5
质量 (Kg)	40	2	10	2	10
杆长 (m)	2	2	10	2	10

系统各杆的长度及质量见表 1. 柔性杆的弹性模量为  $EI_3=10000\text{Nm}^2, EI_5=10000\text{Nm}^2$ . 基座与杆 1 之间的  $\alpha$  角为  $\delta/4$ .

系统的仿真参数: 仿真步长  $h=0.001s$ , 要求仿真精度  $\text{eps}=0.00002$ . 系统的控制参数:

$$K_P = \text{diag}(5.0, 5.0, 10.0, 10.0, 10.0, 10.0, 10.0),$$

$$K_D = \text{diag}(7.0, 7.0, 3.0, 10.0, 10.0, 10.0, 10.0).$$

当跟踪期望轨迹 1 时, 仿真结果如图 3,4,5 所示.

当跟踪期望轨迹 2 时, 仿真结果如图 6,7,8,9 所示.

仿真程序利用 Microsoft Visual C++ 6.0 编制, 在 Pentium 1G 上运行, 约需 5 秒钟.

## 4 仿真算法讨论

### 4.1 矩阵求逆算法

对于柔性系统来说, 由于系统惯性矩阵  $M$  的特征值之间的差异很大, 并且在数值仿真计算过程中存在数值误差的积累, 因此要求惯性矩阵的求逆算法具有较强的鲁棒性, 为此选用全选主元的高斯-约当(Gauss-Jordan)法.

### 4.2 积分算法

对于刚性方程,从数值观点来看,当解变化快时应该用小步长积分,当变化快的分量已趋于稳定,或者说已没有变化快的分量出现时,则应该用较大的步长积分。但一般显式方法的步长仍不能放大,否则便出现数值不稳定现象,误差急剧增加。因此求解本系统这样的复杂刚性动力学微分方程时,常用的 Euler, Runge-Kutta 等方法都不能满足要求。目前解决刚性方程效果比较好的是 Gear 方法,其本质上是向后差分的方法。考虑 Gear 法的数值稳定性和精度,1,2 阶的 Gear 法是 A 稳定的,3,4,5,6 阶的 Gear 法只是刚性稳定的<sup>[6]</sup>,但是一般高阶 Gear 法精度要高,因此实际程序中采用了变阶变步长的 Gear 方法,其中变阶仅限于 1,2 阶。

以本系统为例进行仿真研究,比较 Gear 法和 Runge-

Kutta 法的积分性能。系统的抗弯弹性常数  $EI_3=10Nm^2$ ,  $EI_5=10Nm^2$ ,其他物理参数如表 1 所示。系统的控制参数:仿真步长  $h=0.001s$ , 要求仿真精度  $eps=0.00002$ ,仿真时间 5s。给定期望轨迹为期望轨迹 1。根据系统的逆动力学方程先离线计算出所需的控制力矩序列,再对动力学系统采用开环控制。这样排除了由于控制算法对计算误差干扰的控制作用。结果如图 10 所示。

图中三条曲线分别是  $x$  方向的期望轨迹和实际轨迹(其他被控分量类似),可以看出,在误差不大的情况下,两种方法性能相差不大,而 Runge-Kutta 方法随着误差积累,已经改变了惯性矩阵  $M$  的正定对称性,使得求逆失败,无法继续计算。而 Gear 法在有误差的情况下仍然能保持良好的数值稳定性。

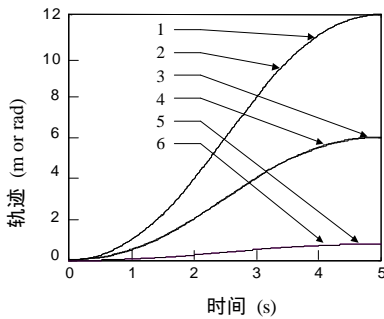


图 3  $x, y, \theta_1$  的期望轨迹和实际轨迹  
1,3,5 -  $x, y, \theta_1$  的期望轨迹  
2,4,6 -  $x, y, \theta_1$  的实际轨迹

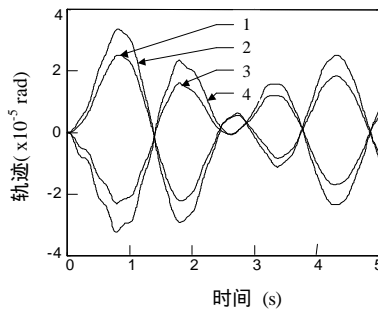


图 4  $\theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5$  的实际轨迹  
1,2,3,4 -  $\theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5$  的实际轨迹

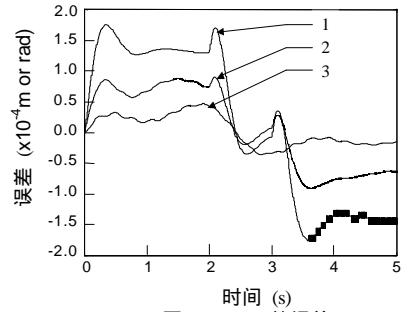


图 5  $x, y, \theta_1$  的误差  
1,2,3 -  $x, y, \theta_1$  的误差

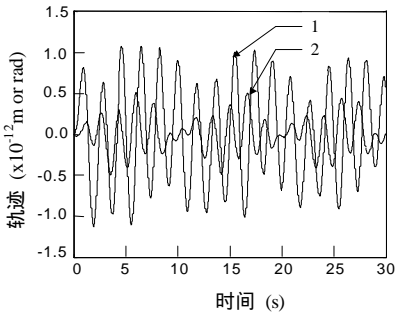


图 6  $x, \theta_1$  的实际轨迹  
1,2 -  $x, \theta_1$  的实际轨迹

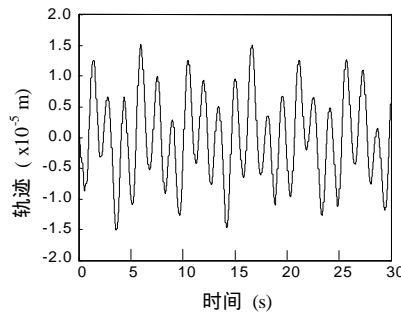


图 7  $y$  的实际轨迹

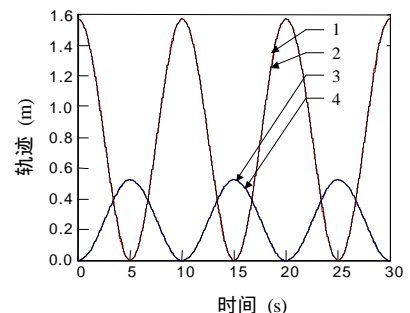


图 8  $\theta_2, \theta_3$  的期望轨迹和实际轨迹  
1,3- $\theta_3, \theta_2$  的期望轨迹  
2,4- $\theta_3, \theta_2$  的实际轨迹

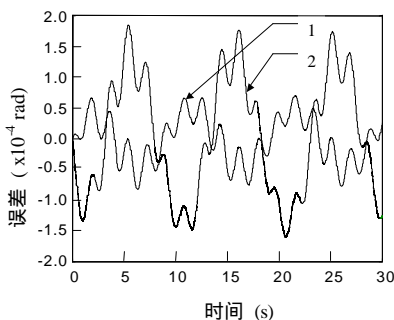


图 9  $\theta_2, \theta_3$  的误差  
1,2- $\theta_2, \theta_3$  的误差

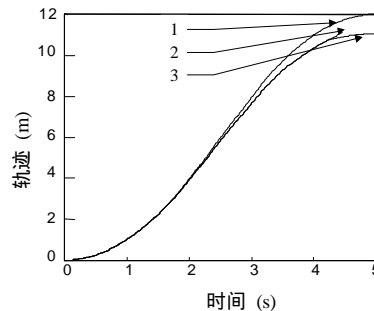


图 10 Gear 法和 R-K 法的比较  
1- $x$  的期望轨迹  
2,3-R-K 法, Gear 法的实际轨迹

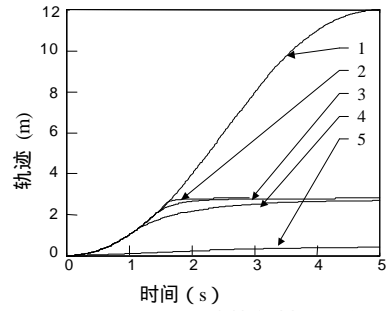


图 11 仿真精度选择的比较  
1-期望轨迹,  
2,3- $eps=0.002, 0.0002$   
4,5- $eps=0.00002, 0.000002$

初始条件为  $(e(0), \mathbf{a}(0), \mathbf{q}(0)) = (\sqrt{2}, -\mathbf{p}, -\mathbf{p}/4)$ , 系数为  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = 1$ ,  $k_3 = 3$ ,  $k_4 = 6$ ,  $k_5 = 2$ ,  $k_6 = 5$ ,  $z_1(0) = -3$ ,  $z_2(0) = -4$ 。

仿真结果如图 7 至图 9。

从仿真结果图 7 至图 9 可以看出, 提出的反馈镇定控制律(30)能够实现 WMR 的渐近镇定, 并且解决了完美速度跟踪问题。

## 5 结论

本文首先基于 CLF 和指定的性能指标, 提出了一种全局渐近镇定的控制方法, 采用 CLF 近似值函数得出了对于控制仿射无漂系统的镇定控制律的表达式。应用这一表达式可以在保证稳定性的前提下, 使系统在不同性能指标和 CLF 下取得较好的控制效果。然后针对 WMR 在极坐标系下的动态模型, 将 CLF 与反步法相结合设计了渐近镇定控制律。该控制器设计的思想简单, 同时解决了完美速度跟踪问题。仿真结果验证了所提出方法的有效性。

### 参考文献:

[1] Kolmanovsky I, McClamroch N H. Developments in Nonholonomic Control Problems [J]. IEEE Control Systems. 1995, 15(6): 20-36.

[2] Brockett R W. Asymptotic Stability and Feedback Stabilization [M]. Birkhauser: In: Differential geometric control theory. Boston, 1983: 181-191.

[3] Jung-Min Yang, Jong-Hwan Kim. Control of Nonholonomic Mobile Robots [J]. IEEE Control Systems Magazine, 1999, 19(2): 15-23,73.

[4] Tayebi A, Rachid A A Unified Discontinuous State Feedback Controller for the Path-following and the Point-stabilization Problems of a Unicycle-like Mobile Robot [A]. Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications [C]. 1997: 31-35.

[5] Aicardi M, Casalino G., Bicchi A, Balestrino A. Closed Loop Steering of Unicycle Like Vehicles via Lyapunov Techniques [J], IEEE Robotics and Automation Magazine, 1995, 2(1): 27-35.

[6] KyuCheol Park, Hakyoun Chung, Jang Gyu Lee. Point Stabilization of Mobile Robots via State Space Exact Feedback Linearization [A], Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation [C]. 1999(4): 2626-2631.

[7] Freeman R A, Primbbs J A. Control Lyapunov Functions: New Ideas from an Old Source [J]. Proceedings of the 35th IEEE Conference on Decision and Control [C], 1996, (4): 3926-3931.

[8] Min-Soeng Kim, Jin-Ho Shin, Sun-Gi Hong, Ju-Jang Lee. Designing a Robust Adaptive Dynamic Controller for Nonholonomic Mobile Robots under Modeling Uncertainty and Disturbances [J]. Mechatronics, 2003(13): 507-519.

[9] Aguiar A P, Atassi A N, Pascoal A M. Regulation of a Nonholonomic Dynamic Wheeled Mobile Robot with Parameter Modeling Uncertainty Using Lyapunov Functions [A]. Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control [C]. 2000(3): 2995-3000.

(上接第 1100 页)

### 4.3 积分算法参数的选择

综合考虑仿真系统的数值稳定性和精确性仿真精度  $eps$  的选取有几点限制。选用不同的  $eps$ , 再做上述积分算法比较中的仿真试验, 取系统的抗弯弹性常数  $EI_3=10000\text{Nm}^2$ ,  $EI_5=10000\text{Nm}^2$ , 其他物理参数如表 1 所示, 结果如图 11 所示。

图中曲线分别是  $x$  方向的期望轨迹和实际轨迹(其他被控分量类似), 当选取仿真精度比较低时  $eps=0.002$ , 如图 11 中轨迹 2 所示, 系统误差积累比较大, 从而使系统积分失败; 提高仿真精度  $eps=0.0002$ , 如轨迹 3 所示,  $eps=0.00002$ , 如轨迹 4 所示, 数值稳定性变好; 进一步提高仿真精度  $eps=0.000002$ , 如轨迹 5 所示, 数值稳定性下降。

所以, 在满足较好的数值稳定性的前提下, 对本系统选择  $eps=0.00002$ , 可以得到较好的数值精度。

## 5 结论

空间机器人的研究对于太空开发具有重要意义, 考虑空间柔性多臂机器人系统则是空间机器人进一步发展的方向。本文针对动力学行为非常复杂的空间柔性双臂机器人系统, 研究了系统的建模与轨迹跟踪控制, 并对数值算法做了讨论, 为进一步的深入研究奠定了基础。

### 参考文献:

[1] Steven Dubowsky, Evangelos Papadopolus. The kinematics, dynamics, and control of free-flying and free-floating space robotic systems [J]. IEEE Trans. On Robotics & Automation, 1993, 9(5): 531-543.

[2] Kazuya Yoshida. Space robot dynamics and control: a historical perspective [J]. J. of Robotics and Mechatronics, 2000, 12(4): 402-410.

[3] K. Senda and Y. Murotsu, Methodology for control of a space robot with flexible links [J]. IEE Proceedings: Control Theory and Applications, Nov. 2000, 147(6): 562-568.

[4] 丁希仑, 王树国, 蔡鹤皋. 空间机器人柔性臂的动力学轨迹跟踪控制 [J]. 机器人, 1997, 4: 256-258.

[5] L. Meirovitch and Y. Chen, Trajectory and control optimization for flexible space robots [J]. J. of Guidance, Control, and Dynamics, 1995, 18(3): 493-502.

[6] 李寿佛. 刚性微分方程算法理论 [M]. 湖南: 湖南科学技术出版社, 1997.

[7] 袁兆鼎, 费景高, 刘得贵. 刚性常微分方程初值问题的数值解法 [M]. 北京: 科学出版社, 1987.

[8] 李楠. 两连杆柔性机械臂的神经网络自适应控制 [D]. 清华大学计算机系本科毕业论文, 2000.